



FISICA

**Dispense tratte dalle videolezioni
Del prof. Fontana per l'Associazione "Studenti e Prof Uniti Per".**

Supervisione di: Marco Orso, Andrea Marangon

A cura di:

Bonaldo Valentina

Dessie Dora

Deon Giulia

Forzan Angelo

Franceschetto Giovanni

Giantin Alessandro

Griggio Sofia

Manzardo Arianna

Mondutti Vanessa

Scantamburlo

Leonardo

Stein Michele

Zecchin Vittoria

INDICE

Indice	
Introduzione.....	1
Unità di Misura.....	1
Angoli e grandezze vettoriali.....	6
La Cinematica.....	8
La Cinematica del moto armonico.....	14
Dinamica	16
Lavoro ed Energia.....	20
Momento e Moto dei Corpi rigidi	26
Statica dei Fluidi.....	29
Termodinamica e Temperatura.....	33
Energia Termica	35
Trasporto dell'energia Termica	38
Legge ideale dei Gas.....	40
Principi della termodinamica.....	41
Elettromagnetismo	47
Condensatori.....	50
Correnti e circuiti.....	51
Campo magnetico.....	55
Induzione Elettromagnetica	59
Appendice (Ottica).....	81

Cos'è la fisica?

Questa è la prima di una serie di lezioni di preparazione all'esame di ammissione a Medicina. Nello specifico andremo a vedere solo la parte di fisica seguendo il programma ministeriale. Iniziamo chiedendoci qual è lo scopo della fisica? La fisica è una scienza sperimentale il cui scopo è descrivere i fenomeni naturali. Il fatto che si dica che la fisica è una scienza sperimentale vuol dire che la descrizione che fornisce della natura deve essere sempre verificata e verificabile sulla base di esperimenti che possono testare le teorie della fisica. La descrizione dei fenomeni della fisica deve essere necessariamente una descrizione quantitativa e utilizzare il formalismo della matematica. Il fatto che sia una descrizione quantitativa e non solamente qualitativa è una condizione molto stringente, perché si ha necessariamente bisogno di individuare delle grandezze fisiche che devono essere misurabili. Che cosa sono le grandezze fisiche? Le grandezze fisiche rappresentano dei concetti astratti legati alla natura che devono essere misurabili, ovvero deve essere possibile associare un valore numerico a questi concetti astratti. Alcuni esempi di concetti astratti potrebbero essere la lunghezza o il tempo che passa. In ultimo, le leggi fisiche, che quindi rappresentano la descrizione che fornisce la fisica, devono essere delle relazioni matematiche tra queste grandezze fisiche che voi avete individuato, ovvero devono essere delle relazioni matematiche tra questi valori numerici che voi avete individuato associati a questi concetti astratti. Per poter definire i valori numerici delle grandezze è necessario fare delle misure.

UNITÀ DI MISURA

Le misure si possono suddividere in due grandi classi: misure dirette e misure indirette. Una misura diretta è un confronto diretto di una grandezza fisica con un campione che ne rappresenta l'unità di misura. Ad esempio, quello che facciamo sempre quando andiamo a misurare con un righello è una misura diretta, ovvero noi abbiamo il righello che rappresenta il nostro campione della nostra unità di misura e andiamo a confrontare la lunghezza degli oggetti con il nostro campione o unità di misura. Una misura diretta può anche essere una misura di tipo diverso, in cui uno va ad utilizzare uno strumento che deve essere tarato ma che non costituisce un campione direttamente della grandezza stessa. Però questo strumento deve avere una qualche proprietà che permette di confrontare la grandezza con un suo valore numerico. Questa è una descrizione molto astratta di che cosa possa essere uno strumento tarato. Si faccia un esempio concreto, quello del termometro. Non è che voi potete avere un campione di una certa temperatura perché la temperatura è una caratteristica dei corpi fisici. Quindi se voi avete un oggetto fisico voi sapete che tra le sue caratteristiche c'è anche la temperatura e voi potete andare a confrontare la temperatura di questo oggetto con la temperatura di altri oggetti per mezzo del termometro. Il termometro è un oggetto fisico dove una sua caratteristica cambia in modo da permettervi di confrontare le sue le temperature di altri oggetti.

Qual è la caratteristica? Potrebbe essere la lunghezza della colonnina di mercurio dentro un termometro. Quindi in questo caso non è che voi avete un campione di temperatura, ma voi avete un oggetto tarato che vi permette di misurare la temperatura di altri oggetti. Una misura indiretta invece è una misura il cui risultato viene dato da una relazione matematica tra altre misure dirette di altre grandezze fisiche. Una misura indiretta potrebbe essere il calcolo dell'area di un quadrato andando a calcolare il quadrato delle lunghezze dei lati. Quindi il calcolo dell'area non è un confronto diretto con un campione di unità di misura, ma è un calcolo di due misure dirette che sarebbero le lunghezze dei lati. Quindi noi non siamo andati a prendere un campione, l'abbiamo sovrapposto al nostro quadrato, siamo andati a determinare delle altre grandezze fisiche che sappiamo essere in relazione con la grandezza che vogliamo determinare. Le unità di misura sono ciò che ci permette di misurare le grandezze fisiche, ovvero le grandezze fisiche

devono essere espresse come un rapporto tra la quantità che voi state prendendo in esame della grandezza fisica e un qualche campione che sia omogeneo alla grandezza fisica stessa.

Che sia omogeneo cosa vuol dire? Vuol dire che rappresenta la stessa caratteristica che voi volete misurare. Questo campione viene chiamato appunto unità di misura. Qui avete alcuni esempi di una massa campione. Quindi voi potete andare a confrontare il peso degli oggetti per mezzo di questa massa campione, oppure sulla destra vedete alcuni campioni di riferimento di volume di lunghezze del Comune di Bassano del Grappa.

Questo è un servizio che un tempo i Comuni erano costretti a fare, quindi quello di offrire i campioni di riferimento per certe grandezze fisiche significative per l'economia del Paese. Quindi poteva essere la lunghezza, i volumi, i pesi e cose di questo tipo perché ovviamente interessavano i commercianti dei vari mercati. Le unità di misura si possono suddividere in due classi le grandezze, le unità di misura fondamentali e quelle derivate. Le grandezze fondamentali sono le grandezze che sono indipendenti tra di loro e non sono esprimibili come

le comuni, come combinazione di altre grandezze. Ad esempio, uno può decidere di utilizzare la lunghezza, la massa e il tempo come grandezze fondamentali. Invece le grandezze derivate sono delle grandezze che sono definibili in termini delle grandezze fondamentali che avete individuato e necessariamente. Le grandezze derivate devono essere definite mediante prodotti, divisioni o potenze delle grandezze fondamentali. Quindi voi non potete avere una grandezza derivata che sia data dalla somma di altre grandezze.



Figura: Massa campione di 2 kg [wiki]



Figura: Campioni di riferimento di volumi e lunghezze del comune di Bassano del Grappa.

Sistema internazionale

Grandezza fisica	Nome	Simbolo
Intensità di corrente elettrica	ampere	A
Intensità luminosa	candela	cd
Lunghezza	metro	m
Massa	chilogrammo	kg
Quantità di sostanza	mole	mol
Temperatura	kelvin	K
Intervallo di tempo	secondo	s

Nel sistema internazionale di unità di misura le unità fondamentali sono quelle che vedete in questa slide, ovvero l'intensità di corrente elettrica, l'intensità luminosa, la lunghezza, la massa, la quantità di sostanza, la temperatura e l'intervallo di tempo. Tutte le altre unità di misura che si utilizzano nella fisica sono delle grandezze derivate da queste unità di misura che vedete qui. Quindi qualunque altro tipo di unità di misura non è altro che una combinazione di prodotti o divisioni di queste grandezze fondamentali.

Grandezze fondamentali			Grandezze derivate		
Sono indipendenti tra loro e non esprimibili come combinazioni di altre grandezze.			Sono definibili in termini delle grandezze fondamentali mediante prodotti, divisioni o potenze.		
<i>E.g.:</i>			<i>E.g.:</i>		
Lunghezza	m	[L]	Superficie	m ²	[L] ²
Massa	kg	[M]	Velocità	m/s	[L][t] ⁻¹
Tempo	s	[t]	Forza	N	[M][L][t] ⁻²

Prefissi moltiplicativi

Può stupire il fatto che tra le grandezze fondamentali ci sia l'intensità di corrente elettrica e non la carica elettrica, ad esempio. Questo perché in realtà nel sistema internazionale si è scelto di utilizzare queste unità fondamentali perché sono le unità fondamentali più semplici da misurare. Misurare una certa quantità di carica elettrica è una cosa estremamente complessa. Invece, misurarne l'intensità di corrente è molto più semplice, quindi hanno preferito utilizzare l'intensità di corrente come unità di misura fondamentale piuttosto che la carica elettrica. Una nota a margine, l'intensità luminosa francamente non l'ho mai vista utilizzare, ma spero che là fuori nel mondo ci sia qualcuno che la utilizza. Nel sistema internazionale sono stati anche definiti una serie di prefissi che possono essere posti di fronte all'unità di misura, in modo da esprimere un certo fattore moltiplicativo di quella unità di misura. Questi prefissi ormai li usiamo tutti, ne abbiamo tutti sentito parlare nella nostra quotidianità. Quando si parla di informatica e quindi prefissi di

Prefissi del S.I.		
10^n	Prefisso	Simbolo
10^{12}	tera	T
10^9	giga	G
10^6	mega	M
10^3	chilo	k
10^0		
10^{-3}	milli	m
10^{-6}	micro	μ
10^{-9}	nano	n
10^{-12}	pico	p

giga, mega, kilo e cose di questo tipo. Tutti questi prefissi non sono altro che un fattore moltiplicativo. In termini di multipli di 1000 dell'unità di misura fondamentale a cui sono associati. Fate attenzione che nel sistema internazionale i prefissi sono sempre dei multipli di 1000. Però nell'informatica non si utilizzano i prefissi del sistema internazionale. Nell'informatica si utilizzano dei prefissi binari che si chiamano quasi allo stesso modo, perché siccome nei calcoli nell'informatica si utilizza la base due, perché è più pratica dal punto di vista dell'elettronica e si è notato che due alla dieci è uguale è circa uguale a 1000.

Prefissi binari		
Attenzione che in informatica spesso si usano dei prefissi diversi.		
	Prefisso	Simbolo
2^{40}	tebi	Ti
2^{30}	gibi	Gi
2^{20}	mibi	Mi
$2^{10} = 1024$	kibi	Ki

Si è preferito definire i prefissi binari in termini di multipli di due. Quindi, quando voi andate a utilizzare questi prefissi, fate attenzione all'ambito in cui sono utilizzati. Perché un gigabyte nell'ambito dell'informatica non è esattamente pari a 1.000.000.000 di bit, ma è un po' di più, perché in realtà un gigabyte è 2 alla 30 byte, che è un po' di più di 1.000.000.000. Un principio fondamentale nell'utilizzo delle grandezze fisiche è che le grandezze fisiche si possono sommare

solo quando sono delle grandezze omogenee, ovvero quando hanno la stessa unità di misura. Quindi non ha significato andare a sommare metri con kg, perché rappresentano due grandezze fisiche differenti che non possono essere sommate insieme, perché il loro risultato non ha nessun tipo di significato. Quindi se voi andate a sommare due chili e un metro, il risultato non è un concetto astratto che voi potete associare a un qualche oggetto o a un qualche sistema fisico e quindi non ha nessun significato. Voi potete andare a sommare soltanto delle grandezze fisiche che abbiano la stessa unità di misura. Dove unità di misura si intende la stessa caratteristica e quindi la stessa unità di misura fondamentale. Quindi voi potete andare a sommare i metri con i piedi perché in realtà sia i metri, che i piedi rappresentano un concetto astratto di lunghezza, sebbene abbiano una definizione diversa l'una dall'altra, ma comunque sono due grandezze fisiche omogenee perché rappresentano una stessa cosa la stessa grandezza fisica.

Funzioni trascendenti

Quando voi avete una qualche funzione applicata ad un numero che abbia una sua unità di misura, la funzione deve essere applicata all'unità di misura stessa. Quindi, quando voi andate a elevare al quadrato un qualche numero con una unità di misura, voi dovete andare ad elevare al quadrato anche unità di misura stessa. Se voi andate a calcolare la radice quadrata di un numero come unità di misura, voi dovete calcolare

la radice quadrata dell'unità di misura stessa. Questo vuol dire che l'argomento di funzioni trascendenti deve essere necessariamente un numero adimensionale. Cosa sono le funzioni trascendenti? Le funzioni trascendenti sono delle funzioni che non sono esprimibili per mezzo di una potenza. Quindi si tratta di detto tra virgolette di funzioni complicate, in cui il risultato non può essere espresso semplicemente per mezzo di una potenza o di una radice quadrata. Il fatto che voi non possiate esprimere queste funzioni per mezzo di una potenza vuol dire che il loro argomento deve essere necessariamente un numero adimensionale, ovvero un numero che non abbia una unità di misura associata. Quindi, ad esempio, quando voi andate a calcolare il pH in una qualche soluzione chimica e voi andate a calcolare il logaritmo in base dieci della concentrazione degli ioni H^+ , in realtà voi non potete andare a mettere all'interno del logaritmo una concentrazione espressa nella molarità come si fa tipicamente perché la molarità è un'unità di misura associata. Voi dovete andare necessariamente a mettere un numero senza un'unità di misura. E quindi si va a definire una molarità di riferimento con cui voi potete andare a dividere il numero che andate a mettere all'interno del vostro logaritmo in modo che i conti vi tornino. Altre funzioni trascendenti che si utilizzano nella fisica sono ad esempio l'esponenziale e l'argomento dell'esponenziale deve essere necessariamente adimensionale e quindi voi vedrete sempre che nell'esponenziale si va a mettere in relazione tra una grandezza fisica e un valore di riferimento. Le funzioni trigonometriche sono anch'esse delle funzioni trascendenti e agiscono sugli angoli, che in realtà sono dei numeri puri. Quindi la definizione di angolo in realtà è un numero puro che non ha unità di misura associata e quindi voi potete andare a calcolare le funzioni trigonometriche applicate sugli angoli.

Altri sistemi delle u.d.m.

Questi sono altri sistemi di unità di misura, come il sistema di unità di misura utilizzato nei paesi anglosassoni, il sistema imperiale, che è un sistema abominevole in cui si utilizzano i piedi e i pollici e le unità di misura non sono multipli di dieci. Nei paesi anglosassoni per motivi di tradizione sono ancora ancorati a questo sistema abominevole e desueto che spero sparisca dalla faccia della terra in poco tempo.

- **Imperial system of units**, sistema britannico ancora molto utilizzato nei paesi anglosassoni.
- **Sistema metro-kilogrammo-secondo (MKS)** è il precursore del Sistema Internazionale (S.I.).
- **Sistema centimetro-grammo-secondo (CGS)** è un sistema desueto simile al MKS, ma alcune unità sono ancora utilizzate.
- **Sistema tecnico (ST)** è un sistema desueto che usa come grandezze fondamentali la lunghezza, la forza e l'intervallo di tempo.

Il sistema metro chilogrammo secondo (anche detto MKS) è il precursore del sistema internazionale e utilizza come unità di misura fondamentali il metro e chilogrammo il secondo più le altre che avete visto. Il sistema centimetro grammo secondo è un altro sistema che non si utilizza più, che assomiglia molto al sistema MKS. È ancora utilizzato in parte per certe unità di misura. Fortunatamente anche questo è ormai non più utilizzato, ma come spirito è molto simile al metro kilogrammo al secondo; quindi, ha un suo scopo di esistere. Il programma ministeriale dell'esame di ammissione a Medicina richiede la conoscenza anche del sistema centimetro grammo secondo. Quindi dateci un'occhiata. In realtà è sufficiente conoscere bene il sistema internazionale di unità di misura e quindi non serve dedicarci troppo tempo. Il sistema tecnico è un altro sistema unità di misura italiano che non si utilizza più fortunatamente, che invece di utilizzare come grandezze fondamentali la lunghezza, la massa e il tempo, utilizza la lunghezza, la forza e il tempo e quindi ha tutte le altre unità di misura diverse da quelle che si utilizzano comunemente. L'unità nel sistema internazionale nel sistema centimetro grammo secondo le vedete in questa slide e sono molto simili l'unità di misura del sistema internazionale e quindi si possono, una volta che uno conosce l'unità di misura del sistema internazionale può andare tranquillo anche a utilizzare queste unità di misura.

L'unica differenza è che nel sistema centimetro grammo secondo le unità di misura hanno dei nomi leggermente diversi e quindi l'accelerazione ha un suo nome e viene chiamata Galileo. La forza ha un altro

nome rispetto al sistema internazionale e viene misurata in DIN e l'energia viene misurata in ERG, ma comunque ci sono dei fattori di conversione molto semplice da ricavare; quindi, non è così complicato da utilizzare.

Il sistema tecnico invece è un sistema abominevole che utilizza la forza come unità di misura fondamentale invece che la massa. E non contenti utilizzano il chilogrammo forza e quindi vengono fuori tutta una serie di conversioni tra il sistema internazionale e questo sistema tecnico. Tutte queste conversioni dipendono dal valore dell'accelerazione di gravità e sono definite come vedete nell'immagine. Il fatto che si utilizzi la forza come unità di misura fondamentale vuol dire che la massa ha una definizione completamente diversa e infatti la massa viene misurata in unità tecniche di

Grandezza fisica	Nome	Simbolo	Equivalenza col S.I.
Lunghezza	centimetro	cm	$= 1 \cdot 10^{-2} \text{ m}$
Massa	grammo	g	$= 1 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$
Intervallo di tempo	secondo	s	
Accelerazione	galileo	Gal	$= 1 \text{ cm/s}^2 = 1 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}^2$
Forza	dyne	dyn	$= 1 \text{ g} \cdot \text{cm/s}^2 = 1 \cdot 10^{-5} \text{ N}$
Energia	erg	erg	$= 1 \text{ g} \cdot \text{cm}^2/\text{s}^2 = 1 \cdot 10^{-7} \text{ J}$

Grandezza fisica	Nome	Simbolo	Equivalenza col S.I.
Lunghezza	metro	m	
Forza	chilogrammo-forza	kg _f	$= 9.806 65 \text{ N}$
Intervallo di tempo	secondo	s	
Massa	unità tecnica di massa	UTM	$= 9.806 65 \text{ kg}$
Energia	chilogrammo-metro	kgm	$= 9.806 65 \text{ J}$
Energia termica (calore)	caloria	cal	$= 4.186 \text{ J}$

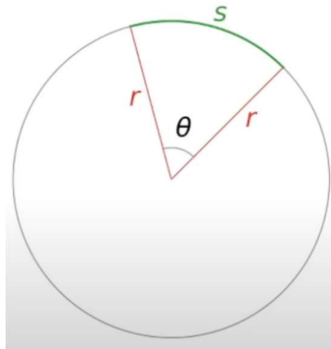
massa (UTM). E vedete che c'è un qualche fattore di conversione, che non è altro che l'accelerazione di gravità per convertire tra queste unità tecniche di massa e la massa nel sistema internazionale. Uno dei motivi per cui questo sistema di unità di misura è così abominevole è che ha due definizioni diverse di energia. Quindi si utilizza sia il chilogrammo metro che la caloria per definire l'energia a seconda del tipo di energia che uno vuole andare a misurare. Tra parentesi, la caloria è un'unità di misura che non è ben definita, nel senso che ci sono diverse definizioni di calorie a seconda dell'ambito, quindi è un disastro.

Non so perché il Ministero abbia deciso di utilizzare questo, abbia deciso di mettere nel programma questo sistema di unità di misura. Non lo so. Probabilmente chi ha scritto quel programma non è un fisico. Perché dovrebbe ritenere abominevole questa cosa qui. E quindi terminiamo questo primo video con un suggerimento: le unità di misura non sono una seccatura; quindi, non sono state inventate per fare lezioni noiose all'inizio dei corsi di fisica. Le unità di misura sono una caratteristica fondamentale nella descrizione della fisica e sono anche molto utili perché vi permettono di verificare se i vostri calcoli sono giusti o no. Quindi, se voi andate a fare un calcolo, utilizzate sempre le unità di misura. Perché, se al termine del calcolo voi vi ritrovate con delle unità di misura che siano coerenti, allora il calcolo potrebbe essere giusto. Ma se alla fine del calcolo le unità di misura non sono coerenti, vuol dire che avete sbagliato sicuramente qualcosa e quindi dovete rifare il calcolo. Quindi non vedete le unità di misura come una seccatura, una cosa noiosa da appendere ai numeri che stanno lì e danno fastidio, perché in realtà le unità di misura sono molto utili per verificare che i vostri calcoli e i risultati degli esercizi siano possano essere giusti. Quindi utilizzate a vostro vantaggio per andare a ottenere dei risultati coerenti.

ANGOLI E GRANDEZZE VETTORIALI

Angoli

Gli angoli sono delle grandezze fisiche adimensionali misurabili in **radianti**. I radianti sono definiti come il rapporto tra l'arco individuato dall'angolo ed il raggio della circonferenza che si sta utilizzando per definire l'arco.



$$\theta = \frac{s}{r} = \frac{\text{lunghezza arco}}{\text{raggio}}$$
$$\theta \in [0, 2\pi[$$

Essendo il calcolo un rapporto tra due lunghezze, le unità di misura si semplificano tra loro e il valore dell'angolo, perciò, sarà un numero puro. Incidentalmente questo numero puro è compreso tra 0 e 2π . Convenzionalmente però, gli angoli si misurano in radianti. Il radiante non è una vera e propria unità di misura, ma è semplicemente un'etichetta mnemonica che si va ad "attaccare" ai numeri che rappresentano degli angoli.

$$[\theta] = \frac{[s]}{[r]} = \frac{[L]}{[L]} = 1$$

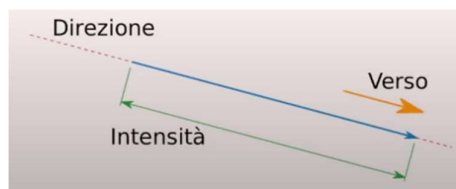
Per convertire gli angoli calcolati in radianti in gradi sessagesimali bisogna utilizzare la seguente formula:

$$[\text{rad}] = [^\circ] \cdot \frac{\pi}{180}$$

gradi	rad
0	0
30	$\frac{\pi}{6}$
45	$\frac{\pi}{4}$
60	$\frac{\pi}{3}$
90	$\frac{\pi}{2}$
180	π
360	2π

La tabella a destra mostra dei valori di angoli notevoli sia in radianti che in gradi. È consigliato impararli a memoria.

Grandezze fisiche



Le grandezze fisiche possono essere suddivise in due grandi classi: le **grandezze scalari** e le **grandezze vettoriali**. Le **grandezze scalari** sono grandezze fisiche che possono essere definite semplicemente da un numero che ne indica la quantità e possono essere associate a delle unità di misura o essere numeri puri.

Le **grandezze vettoriali** sono delle grandezze fisiche definite da un insieme di informazioni: intensità, direzione e verso. Possono, inoltre, essere indicate graficamente come la freccia nell'immagine sottostante:

L'**intensità** rappresenta la lunghezza della freccia. La **direzione** rappresenta la retta su cui giace la freccia ovvero l'inclinazione della freccia. Il **verso** rappresenta la parte verso cui punta la freccia. La freccia usata per descrivere questa tipologia di grandezze prende il nome di **vettore**.

Grandezze vettoriali

Le grandezze vettoriali non possono essere descritte da un solo numero. Un esempio di grandezze di questa tipologia sono le coordinate geografiche; infatti, per descrivere una certa posizione su una mappa servono due valori, uno per la latitudine e uno per la longitudine.

Le grandezze vettoriali, oltre a poter essere definite graficamente da un vettore o per mezzo delle tre informazioni citate precedentemente (intensità, direzione e verso), possono essere identificate anche numericamente come un **insieme ordinato di numeri**. Per fare un esempio si possono osservare:

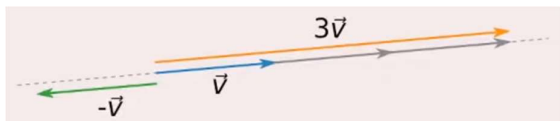
- I **vettori bidimensionali** rappresentano una freccia che si muove su un piano definita da due numeri

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

- I **vettori tridimensionali** indicano una posizione nello spazio tridimensionale grazie a tre numeri

$$\vec{w} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Operazioni con i vettori

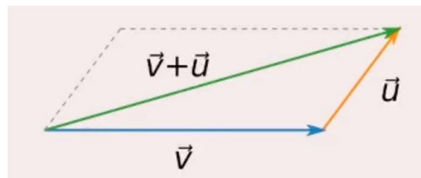


I vettori possono essere **moltiplicati per valori di grandezze scalari**. Col metodo grafico, v è il vettore iniziale e può essere moltiplicato per uno scalare, che nell'esempio in figura è il numero 3. Si va così ad allungare il valore di questo vettore.

Dal punto di vista numerico, moltiplicando un vettore per uno scalare si moltiplicano gli n-numeri dell'insieme ordinato di numeri che definiscono il vettore per quel valore scalare.

$$\vec{u} = \alpha \vec{v} = \alpha \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha x \\ \alpha y \\ \alpha z \end{pmatrix}$$

I vettori possono anche essere **sommati tra di loro**. Esistono due metodi grafici per farlo: il metodo punta-coda e il metodo del parallelogramma. Il migliore dei due è il **metodo punta-coda** perché è sempre valido, basta semplicemente aggiungere il secondo vettore al primo attaccando la coda del secondo vettore alla punta del primo. Il vettore che congiunge la coda del primo vettore e la punta del secondo è il risultato del vettore somma.

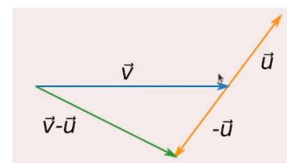


Numericamente la somma dei due vettori è data dalla somma delle singole coordinate:

$$\vec{w} = \vec{v} + \vec{u} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_x + u_x \\ v_y + u_y \\ v_z + u_z \end{pmatrix}$$

È possibile anche calcolare la **differenza tra due vettori**. Per farlo è molto pratico considerare la differenza come la somma del primo vettore per il secondo vettore moltiplicato per -1.

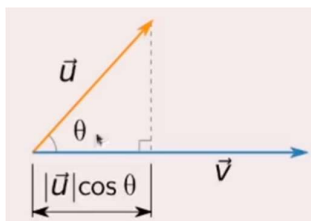
$$\vec{w} = \vec{v} - \vec{u} = \vec{v} + (-1 \cdot \vec{u})$$



Col metodo numerico è possibile sottrarre coordinata per coordinata del secondo vettore a quelle del primo:

$$\vec{w} = \vec{v} + \vec{u} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_x - u_x \\ v_y - u_y \\ v_z - u_z \end{pmatrix}$$

Le **moltiplicazioni tra vettori** sono più complicate delle precedenti operazioni, perché ne esistono due tipologie:



- **Prodotto scalare:** prodotto tra due vettori il cui risultato è uno scalare e non un altro vettore. Rappresenta, dal punto di vista grafico, la proiezione di un vettore (in questo caso \vec{u}) su di un altro vettore (\vec{v}).

Dal punto di vista matematico il prodotto scalare tra il vettore \vec{v} e il vettore \vec{u} è il prodotto tra i moduli delle lunghezze (intensità) dei due vettori per il coseno dell'angolo compreso tra i due.

$$\vec{v} \cdot \vec{u} = |\vec{v}| \cdot |\vec{u}| \cdot \cos \theta$$

Dal punto di vista numerico il prodotto scalare tra due vettori è la somma dei prodotti delle singole coordinate:

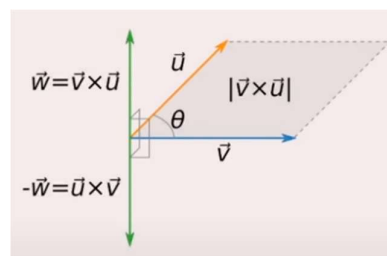
$$\vec{v} \cdot \vec{u} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} = v_x \cdot u_x + v_y \cdot u_y + v_z \cdot u_z$$

Il prodotto scalare è un prodotto **commutativo**, ovvero l'ordine dei moltiplicandi non va a cambiare il risultato.

- **Prodotto vettoriale:** fornisce come risultato un terzo vettore ortogonale agli altri due. Il modulo del vettore risultante è l'area del parallelogramma definito dai due vettori moltiplicati e corrisponde al prodotto dei moduli dei due vettori per il seno dell'angolo compreso tra i due.

$$\vec{w} = \vec{v} \times \vec{u}$$

$$|\vec{w}| = |\vec{v}| |\vec{u}| \sin \theta$$



Il metodo numerico è più complicato perché deve essere utilizzata la formula che definisce il prodotto vettoriale tra vettori tridimensionali:

$$\vec{w} = \vec{v} \times \vec{u} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_y u_z - v_z u_y \\ v_z u_x - v_x u_z \\ v_x u_y - v_y u_x \end{pmatrix}$$

Il prodotto vettoriale è **anticommutativo**. Scambiando l'ordine dei moltiplicandi si ottiene un vettore invertito rispetto all'originale.

Per capire il verso del vettore risultante dal prodotto vettoriale si utilizza la **regola della mano destra**. Indirizzando le ultime 4 dita secondo la direzione del primo vettore e ruotandole per portarle nella direzione del secondo vettore, la direzione verso cui punterà il pollice sarà la direzione del vettore risultante del prodotto vettoriale.

La lunghezza di un vettore può essere definita per mezzo di un prodotto scalare. Per calcolarla basta fare la radice del prodotto scalare del vettore moltiplicato per sé stesso:

$$v = |\vec{v}| = \sqrt{\vec{v} \cdot \vec{v}} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

Questa formula può essere utilizzata anche per calcolare la **distanza tra due punti** definita come la lunghezza del vettore differenza tra i due punti considerati:

$$|\vec{A} - \vec{B}| = \sqrt{(A_x - B_x)^2 + (A_y - B_y)^2 + (A_z - B_z)^2}$$

LA CINEMATICA

La cinematica è la branca della fisica che studia il moto dei corpi indipendentemente dalle cause (lo studio è necessariamente quantitativo), quindi è solo una descrizione.

GRANDEZZE

Ora introduciamo le grandezze significative della cinematica.

Prima di tutto abbiamo bisogno di definire cos'è la **posizione**: è la descrizione di dove si trova un oggetto nello spazio, ed è necessariamente una grandezza vettoriale (di due o più dimensioni) perché noi abbiamo bisogno di tutte le coordinate spaziali per poter dare la posizione di un oggetto.

Se ci muoviamo su un piano bidimensionale sono sufficienti due dimensioni (x,y), se invece ci muoviamo nello spazio abbiamo bisogno di tutte e tre le dimensioni (x,y,z). Descritto dal punto di vista numerico il vettore posizione viene indicato tramite una terna di numeri.

Un'altra grandezza fondamentale per la cinematica è la **velocità**

Essa esprime il rapporto tra lo spazio percorso e il tempo impiegato per percorrerlo. Può essere descritta come velocità media e velocità istantanea (quindi si dovrebbe essere chiari nell'esprimere a quale delle due ci si riferisce)

La velocità media rappresenta il rapporto da un punto di vista macroscopico: quindi uno può calcolarla andando da Roma a Milano, in base a quanto tempo ci ha impiegato. Però ovviamente quando ci si muove tra due città ci sono dei momenti in cui si vi meno veloce (semaforo) e altri momenti in cui si andrà più veloce (in autostrada dove può correre).

La velocità media trascura tutto ciò.

Velocità media
$\langle v \rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (32)$

Velocità istantanea
Derivata della posizione in funzione del tempo:
$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \quad (33)$

La velocità istantanea invece rappresenta la derivata della posizione in funzione del tempo, ovvero quanto velocemente varia lo spazio percorso. Dal punto di vista pratico, se la velocità media è il rapporto tra lo spazio percorso e il tempo totale (fatta a posteriori), la velocità istantanea è quella che avete in quell'istante.

Se siete in automobile la velocità istantanea è quella che viene indicata dal tachimetro. Quindi andando da Roma Milano voi potrete avere tutta una serie di possibili velocità istantanea da zero fino al limite massimo di velocità dell'autostrada.

Questo concetto di tasso istantaneo di variazione viene espresso dal concetto di derivata
(chi di voi ha le ha già affrontate riconoscerà che tutto ciò non è altro che una derivata)

Se andiamo a fare un'analisi dimensionale vediamo che la velocità è una grandezza derivata e quindi la sua unità di misura la possiamo esprimere come una combinazione delle altre grandezze fondamentali che abbiamo visto: è rappresentata da un rapporto tra uno spazio e un tempo, che nel sistema Internazionale di misura equivale a metri/secondo.

Nella nostra vita quotidiana si preferisce utilizzare altre unità di misura a seconda delle circostanze, ad esempio i limiti di velocità sono espressi in km/h perché sono più pratici (per convertirli basta dividere per 3,6)

L' **accelerazione** è un'altra grandezza vettoriale che indica il rapporto tra la variazione di velocità e il tempo necessario per questa variazione. Anche qui uno può andare a differenziare il concetto di accelerazione media e istantanea.

Accelerazione media

$$\langle a \rangle = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (37)$$

L'accelerazione media è il rapporto tra la variazione di velocità lungo un tempo macroscopico: quindi se uno va a fare l'esempio dell'auto da corsa che va da zero a 100

Accelerazione istantanea

È la derivata seconda della posizione in funzione del tempo, ovvero la derivata della velocità in funzione del tempo.

$$\vec{a} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad (38)$$

in tot secondi, durante la fase di accelerazione si avranno delle variazioni di velocità che non saranno sempre uguali (perché le automobili hanno il cambio di marcia che permette diverse accelerazioni). perciò avrete diversa acc. istantanea a seconda della fase in cui si trova il motore (se state cambiando marcia o no).

Se noi andiamo a fare l'analisi dimensionale dell'accelerazione vediamo che l'unità di misura è espressa

$$[a] = \frac{[\Delta v]}{[\Delta t]} = \frac{[v]}{[t]} = \frac{[L]}{[t^2]} = \frac{m}{s^2}$$

Esempi:

- Accelerazione di una Lamborghini (0-100 km/h in 2.5 s):

$$\langle a \rangle = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{100 \text{ km/h}}{2.5 \text{ s}} = \frac{100/3.6}{2.5} \text{ m/s}^2 = 11.1 \text{ m/s}^2$$

come lunghezza su un tempo al quadrato (m/s ^2).

se 11,1 sia tanto o poco può essere difficile da intuire, possiamo però usare come riferimento l'accelerazione di gravità: vediamo che l'accelerazione della Lamborghini è più alta, quindi possiamo capire che è elevata.

DIVERSE TIPOLOGIE DI MOTO

Nella descrizione della cinematica un moto può essere descritto completamente dalla sua legge oraria: una funzione vettoriale che descrive la posizione di un certo oggetto (tramite le sue coordinate spaziali) in funzione del tempo.

Essa offre una descrizione completa del moto perché contiene al suo interno in modo implicito sia la velocità che l'accelerazione: se uno va a calcolarsi la derivata della legge oraria ottiene la velocità; se calcola la derivata seconda ottiene l'accelerazione.

MOTO UNIFORME

È un moto che per ipotesi ha accelerazione nulla e velocità costante nel tempo.

Se noi a partire da queste due ipotesi andiamo ad integrare, otteniamo la formula classica del moto uniforme:

$$\begin{aligned}a &= 0 \\v(t) &= v_0 \\x(t) &= v_0 \cdot t + x_0\end{aligned}$$

[velocità x tempo + posizione iniziale]

La posizione varia linearmente con il tempo, e la costante di proporzionalità non è altro che la velocità iniziale (che rimane uguale, essendo un moto uniforme).

MOTO UNIFORME ACCELERATO

È un moto che per ipotesi ha accelerazione costante nel tempo.

Se andiamo ad integrare questa relazione otteniamo le classiche formule che lo descrivono:

$$\begin{aligned}a &= a_0 \\v(t) &= a_0 t + v_0 \\x(t) &= \frac{1}{2} a_0 t^2 + v_0 t + x_0\end{aligned}$$

Esempi:

- Quanto spazio percorre la Lamborghini per arrivare a 100 km/h?

$$\begin{aligned}\Delta t &= \frac{\Delta v}{a} = \frac{100 \text{ km/h}}{11.1 \text{ m/s}^2} = 2.5 \text{ s} \\x(\Delta t) &= \frac{1}{2} a \Delta t^2 = \frac{1}{2} \cdot 11.1 \text{ m/s}^2 \cdot (2.5 \text{ s})^2 = 34.7 \text{ m}\end{aligned}$$

In questo caso abbiamo che la velocità varia: è direttamente proporzionale al tempo passato e la costante di proporzionalità non è altro che l'accelerazione.

MOTO DI CADUTA DEI GRAVI

Si considera come un moto di riunione di altri moti.

Sulla terra i gravi sono soggetti ad una accelerazione costante di $9,8 \text{ m/s}^2$. Se noi lasciamo cadere un oggetto la traiettoria (l'insieme di tutti i punti percorsi) che andrà a seguire è di tipo parabolico in quanto è l'unione di due moti differenti: lungo la direzione orizzontale è un moto uniforme, lungo la direzione verticale è uniformemente accelerato.

Lanciando una palla noi diamo una velocità che avrà una certa componente orizzontale e una certa verticale, la quale sarà accelerata dalla g . L'unione di questi due moti nelle loro due coordinate dà una parabola.

Quindi se andiamo a descrivere le ipotesi di partenza di questo moto nelle due dimensioni vediamo che

- l'accelerazione sarà costante lungo la direzione verticale e diretta verso il basso, quindi con segno - (il prof utilizza convenzionalmente la Z come verticale);
- la velocità iniziale avrà una certa componente orizzontale e una verticale;
- la posizione iniziale possiamo convenzionalmente prenderla come origine degli assi.

$$\vec{a}(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{pmatrix} \quad \vec{v}(0) = \begin{pmatrix} v_0 \cos \theta \\ 0 \\ v_0 \sin \theta \end{pmatrix} \quad \vec{r}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Poiché lungo la coordinata Y non succede nulla (tutto è nullo) possiamo trascurarla. Alla fine così si ottiene che in X ci sarà un moto uniforme e in Z un moto uniformemente accelerato.

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} v_0 \cos \theta t \\ v_0 \sin \theta t - \frac{g}{2} t^2 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{cases} x(t) = v_0 \cos \theta t \\ z(t) = v_0 \sin \theta t - \frac{g}{2} t^2 \end{cases} \quad (63)$$

La traiettoria sarà

$$z(x) = \tan \theta x - \frac{g}{2v_0^2} x^2 \quad (64)$$

Se l'oggetto è lanciato dalla quota $z = 0$, la gittata sarà

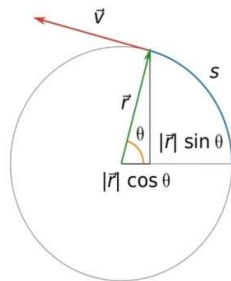
$$x_{\max} = \frac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g} \quad (65)$$

che è massima quando $\sin(2\theta)$ è massimo, ovvero quando $\theta = 45^\circ$

Riassumendo ecco la legge oraria (63), che usiamo per ricavare la traiettoria (64) sostituendo con x della prima equazione inserendola nella seconda.

Se noi ci troviamo sulla superficie della terra e lanciamo una palla verso l'alto la gittata sarà descritta dalla formula (65), massima quando 2θ è pari a 90° , ossia quando l'angolo di lancio è di 45°

MOTO CIRCOLARE



Nel **moto circolare** si considera un moto lungo una circonferenza. In questo caso l'angolo θ rappresenta comunemente lo "spazio" percorso. La legge oraria quindi sarà

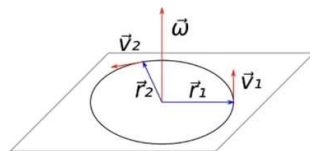
$$\theta(t) \quad (66)$$

La posizione nello spazio tridimensionale è definita solo dall'angolo percorso:

$$\vec{r} = |\vec{r}| \begin{pmatrix} \cos \theta(t) \\ \sin \theta(t) \end{pmatrix} \quad (67)$$

È un moto che segue una traiettoria circolare descrivibile tramite le sue coordinate X e Y (67), ma è molto più comodo andare ad utilizzare l'angolo percorso in funzione del tempo (66) per la sua legge oraria.

Se noi ci ricordiamo qual è la definizione di angolo in termini di radianti noi possiamo andare a calcolare molto comodamente lo spazio percorso lungo l'arco di circonferenza semplicemente facendo il prodotto tra l'angolo percorso e il raggio della circonferenza (attenzione: lo spazio percorso non equivale alla posizione



- **Velocità tangenziale**, ovvero la velocità di percorrenza dello spazio lungo l'arco:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$

- **Velocità angolare**, ovvero la velocità di percorrenza dell'angolo:

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$$

dell'oggetto nello spazio)

Nel moto circolare rotatorio si può andare a individuare due diverse **velocità**:

- la tangenziale che è la velocità con cui voi vi muovete lungo la traiettoria circolare (se immaginiamo di trovarci su una pista con automobile, essa è la velocità sul tachimetro)

- la angolare (anche definita pulsazione) è una grandezza vettoriale perpendicolare al piano che indica la variazione dell'angolo percorso in funzione dello spazio.

Tra le due esiste la relazione

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

$$v = \omega \cdot r$$

Se il moto è uniforme allora

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$$

Essendo tre vettori ortogonali tra di loro noi abbiamo che il modulo della velocità tangenziale non è altro che il modulo della angolare, moltiplicato per il modulo del raggio della circonferenza.

- Il periodo di rotazione è il tempo necessario per fare un giro
- La frequenza è il numero di giri che vengono percorsi in unità di tempo; quindi, non è altro che l'inverso del periodo di rotazione.

Se andiamo a fare l'analisi dimensionale del moto abbiamo:

$$[\theta] = \frac{[L]}{[L]} = 1$$

$$[\omega] = \frac{[\theta]}{[t]} = \frac{1}{[t]} = \frac{1}{s} = \frac{\text{rad}}{s}$$

$$[\nu] = [\omega] = \frac{1}{[t]} = \frac{1}{s} = \text{Hz}$$

$$[T] = \frac{1}{[\omega]} = [t] = s$$

da notare che

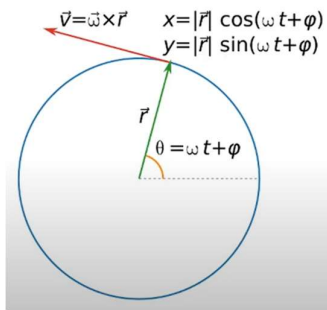
- l'angolo è adimensionale ma convenzionalmente si utilizzano i radianti
- le due velocità hanno le stesse unità di misura, ma vengono utilizzate le diverse diciture Hz o rad/s.

L'ultima grandezza significativa per il moto circolare è l'**accelerazione centripeta** che ha la caratteristica di essere l'accelerazione che fa curvare la traiettoria ed è sempre perpendicolare alla velocità tangenziale.

La relazione che c'è tra l'accelerazione centripeta e la velocità angolare la vedete espressa in questa formula:

$$|\vec{a}_c| = \omega^2 \cdot r = \frac{v^2}{r}$$

LA CINEMATICA DEL MOTO ARMONICO



Immaginiamo di avere un moto rotatorio uniforme sul piano orizzontale, ovvero un moto la cui traiettoria è una circonferenza e determiniamo quale sia la legge oraria di questo moto.

La **legge oraria**, restringendo lo studio sul piano orizzontale X e Y, sarà descritta da due funzioni che associano la coordinata x e la coordinata y in funzione del tempo ad ogni istante. La coordinata x dipenderà dal coseno dell'angolo percorso e la coordinata y dal seno dell'angolo percorso.

Se da questo moto rotatorio uniforme si determinano la velocità e l'accelerazione, si ottengono altre due funzioni vettoriali visibili nell'immagine a destra. Si nota subito che l'accelerazione non è altro che la posizione a meno di una costante moltiplicativa negativa.

Il fatto che la costante moltiplicativa sia sicuramente negativa

si vede dalla forma della costante, perché è un termine elevato al quadrato moltiplicato per un meno uno.

Essendo un termine elevato al quadrato darà sicuramente un risultato positivo o nullo e di conseguenza, se abbiamo un numero certamente positivo, se moltiplichiamo per meno uno, il risultato sarà un numero negativo.

$$\begin{aligned} \vec{r}(t) &= \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} r \cos(\omega t + \varphi) \\ r \sin(\omega t + \varphi) \end{pmatrix} \\ \vec{v}(t) &= \begin{pmatrix} -\omega r \sin(\omega t + \varphi) \\ \omega r \cos(\omega t + \varphi) \end{pmatrix} \\ \vec{a}(t) &= \begin{pmatrix} -\omega^2 r \cos(\omega t + \varphi) \\ -\omega^2 r \sin(\omega t + \varphi) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x(t) &= x_0 \cos(\omega t + \varphi) \\ v(t) &= -\omega x_0 \sin(\omega t + \varphi) \\ a(t) &= -\omega^2 x_0 \cos(\omega t + \varphi) \end{aligned}$$

Se ci si restringe a studiare solo una delle due coordinate, quindi, ad esempio solamente la X, otteniamo questo insieme di funzioni che descrivono completamente il nostro moto: la prima, la legge oraria, la seconda la legge che descrive la velocità e l'ultima è l'accelerazione.

La posizione è uguale all'accelerazione a meno di questo termine negativo.

Qualunque moto che soddisfi questa relazione, ovvero che l'accelerazione è pari alla posizione a meno di un termine negativo, viene detto **armonico**. Potrebbe essere un pendolo, potrebbe essere una molla, quindi potrebbe essere un qualunque tipo di sistema fisico la cui caratteristica è che la posizione è pari all'accelerazione a meno di un termine negativo.

$$\frac{d^2 x}{dt^2}(t) = a(t) = -\omega^2 x(t), \quad \omega^2 > 0$$

Tutti questi sistemi si dice che si muovono di moto armonico.

Dal punto di vista della cinematica, il moto armonico può essere caratterizzato dalla sua pulsazione.

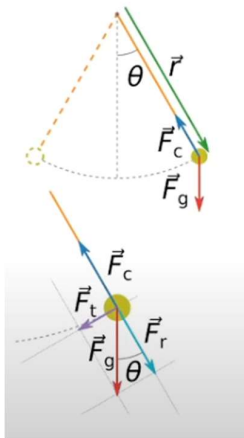
$$T = \frac{1}{\nu}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \nu$$

Nel caso del moto circolare la pulsazione non era

altro che la velocità angolare. In questo caso la pulsazione è la velocità angolare di percorrenza lungo la circonferenza ed è una velocità angolare costante nel tempo perché come ipotesi è stato preso un moto circolare uniforme.

Il periodo di oscillazione T è legato alla frequenza di oscillazione ν e a loro volta sono legate alla pulsazione tramite le stesse formule valide per il moto circolare uniforme.



Il moto armonico appena trattato è un moto circolare in una sola dimensione. Come esempio si può considerare l'ombra di un oggetto che si muove lungo una circonferenza, oppure una massa che si muove con una molla, oppure ancora il pendolo semplice.

Il **pendolo semplice**, nel caso in cui faccia piccole oscillazioni, è infatti un buon esempio di moto armonico.

Il pendolo semplice è per definizione costituito da una massa puntiforme m che è legata a una funicella a un punto fisso. Questa funicella deve avere una lunghezza r costante nel tempo e quindi essere inestensibile e di massa trascurabile.

Un pendolo che fa grandi oscillazioni non è un buon esempio di moto armonico perché segue delle leggi diverse.

Facendo delle piccole oscillazioni si possono infatti fare delle semplificazioni durante l'analisi, dimostrando che si tratta di un moto armonico.

La legge oraria è descritta dalla $\theta(t) = \theta_0 \cos(\omega t + \varphi)$ formula:

Qui non è espressa una coordinata di posizione, ma l'angolo rispetto alla verticale e di conseguenza la sua posizione angolare.

Da questa legge oraria possiamo dimostrare che l'accelerazione del pendolo semplice soddisfa le condizioni del moto armonico.

Gli elementi della formula sono

- θ_0 : ampiezza di oscillazione, ovvero l'oscillazione massima
- ω : pulsazione
- φ : fase, che si inserisce per considerare un modo che non parte dall'origine ad esempio. Grazie a questo si può quindi considerare un moto che comincia da un angolo qualunque.

Nel caso del pendolo semplice si può dimostrare che la pulsazione associata è $\omega = \sqrt{\frac{g}{r}}$

Tanto più lunga sarà la funicella, tanto più lentamente oscillerà il pendolo.

Dalla pulsazione si possono poi ricavare le formule per il periodo e la frequenza di oscillazione:

1.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{r}{g}} \quad \& \quad \nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{r}}$$

La frequenza dell'oscillazione non dipende dalla massa ma solo dalla lunghezza della funicella.

DINAMICA

La dinamica è la branca della fisica che studia il moto dei corpi. A differenza della cinematica, la dinamica si concentra sulle cause del moto. Trattandosi di fisica, ovviamente, lo studio è necessariamente quantitativo, però ci si concentra su ciò che provoca il moto e su ciò che può modificare uno stato di moto e quindi quali sono le cause delle accelerazioni nei moti.

GRANDEZZE FISICHE

Massa: è la grandezza fisica più significativa per la dinamica ed è una proprietà dei corpi. È una grandezza scalare, quindi, è semplicemente associata al numero e ha una sua unità di misura, che sono i Kg. La massa è la proprietà che determina il comportamento del moto quando questo è soggetto ad una forza; quindi, è ciò che determina come il corpo andrà a variare il proprio stato di moto in funzione della forza ad esso applicata.

Peso: è un concetto fisico diverso dalla massa, sebbene nella quotidianità vengano usati come sinonimi. Il peso, in realtà, è la misura di una forza; quindi, non è una misura di una massa ma la misura della forza gravitazionale che agisce su un corpo.

$$P = mg$$

Densità: è un'altra grandezza fisica che non è altro che il rapporto tra la massa del corpo ed il suo volume.

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Peso specifico: è il rapporto tra il peso del corpo ed il volume del corpo stesso.

$$\gamma = \frac{P}{V} = \frac{mg}{V} = \rho g$$

PRINCIPI DELLA DINAMICA

Sono le leggi fondamentali su cui si basa la dinamica.

1. **Principio di inerzia:** in assenza di forze esterne, un corpo mantiene il suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme. Una cosa importante da notare è che un corpo in quiete o un corpo in moto rettilineo uniforme sono due sistemi che non sono soggetti a forze. Quindi il fatto di essere in quiete o di essere in un moto rettilineo uniforme sono due cose più o meno equivalenti dal punto di vista della dinamica.

$$\vec{F} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d\vec{v}}{dt} = 0$$

2. **Secondo Principio:** l'accelerazione subita da un corpo è proporzionale alla somma delle forze che agiscono su di esso ed è espressa con la formula classica della fisica.

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

La massa è il termine di proporzionalità tra la forza applicata e l'accelerazione effettiva che va a

subire un corpo, tanto più grande sarà la massa e tanto più piccola sarà l'accelerazione che subisce un corpo quando subisce una certa forza.

3. **Principio di azione e reazione:** se un corpo applica una forza F su un corpo B, allora il corpo B applica una forza meno F sul corpo A.

Quando due corpi stanno interagendo tra di loro applicano una forza reciproca l'uno verso l'altro. Quindi la forza che il primo corpo applica sul secondo e la forza che il secondo corpo applica sul primo devono essere uguali e opposte.

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

Il secondo principio dinamica definisce che cosa sia la forza in termini dell'accelerazione che un corpo subisce e anche in termini del concetto di massa.

Dall'analisi dimensionale della forza si vede che la forza ha come unità di misura una massa per una lunghezza diviso un tempo al quadrato.

$$[F] = [m][a] = [M] \frac{[L]}{[t^2]} = \text{N (Newton)}$$

Le forze hanno una loro unità di misura che è stata chiamata Newton, in onore del fisico del passato che ha introdotto i principi della dinamica.

QUANTITA' DI MOTO

La quantità di moto è un'altra grandezza fisica vettoriale ed è definita come il prodotto tra la massa e la velocità di un corpo.

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

La quantità di moto in genere si indica con la P ed essendo il prodotto tra una grandezza scalare e una grandezza vettoriale è necessariamente una grandezza vettoriale.

In generale, in un sistema a più corpi, la quantità di moto totale del sistema sarà la somma di tutte le quantità di moto di tutti i costituenti del corpo.

$$\vec{p} = \sum_i m_i \vec{v}_i$$

L'analisi dimensionale dice che l'unità di misura della quantità di moto è pari ad una massa per una lunghezza su un tempo e si può misurare in Newton per secondo.

$$[p] = [m][v] = [M] \frac{[L]}{[t]} = \text{N} \cdot \text{s}$$

$$\begin{aligned} \vec{F} &= m \frac{d\vec{v}}{dt} \\ &= \frac{d}{dt} (m\vec{v}) \\ &= \frac{d\vec{p}}{dt} \end{aligned}$$

Se si riscrive il secondo principio della dinamica in termini di derivata della velocità si può mostrare come la forza non sia altro che la derivata della quantità di moto e quindi se c'è un sistema con una certa quantità di moto e questa quantità di moto varia, la derivata di questa variazione non è altro che la forza che il sistema subisce. Questa relazione è valida solo per sistemi a massa costante.

IMPULSO

Se ci sono due sistemi fisici che interagiscono tra di loro per mezzo di una forza, questa forza andrà a variare lo stato di moto dei due sistemi.

L'impulso è una grandezza vettoriale definita come l'integrale della forza che i due sistemi si applicano reciprocamente, calcolata sul tempo.

$$\vec{J} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt = \int_{t_1}^{t_2} \left[\frac{d\vec{p}}{dt} \right] dt = \Delta\vec{p}$$

In genere l'impulso viene descritto con una J maiuscola ed è pari alla variazione della quantità di moto, che è una grandezza vettoriale. In generale, l'impulso è utilizzato per lo studio di urti tra corpi ed è per questo che è stato chiamato impulso, perché gli urti hanno delle interazioni di tipo impulsivo dove la forza che si esercita tra un corpo e l'altro viene esercitata soltanto nel momento di contatto e dura tempi molto brevi.

PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO

Il principio di conservazione della quantità di moto afferma che la quantità di moto totale di un sistema isolato si conserva.

Il fatto che una quantità si conservi vuol dire che deve essere costante nel tempo.

Questa legge fisica non è mai violata, a patto che le ipotesi del principio siano valide, ovvero che si consideri un sistema isolato. La quantità di moto deve conservarsi in un sistema isolato a seconda della situazione che si sta considerando.

FORZA GRAVITAZIONALE

Una possibile dimostrazione discende dal principio di azione reazione introducendo la forza di gravità. Quando si hanno due oggetti massivi si ha che i due oggetti vanno ad interagire uno con l'altro per mezzo di una forza che viene chiamata forza di gravità.

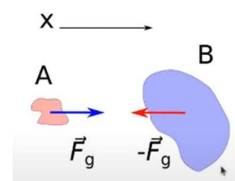
$$\begin{aligned}\vec{F}_g &= (-) \frac{Gm_A m_B}{r^3} \vec{r} \\ &= (-) \frac{Gm_A m_B}{r^2} \vec{u}\end{aligned}$$

La forza di gravità deve essere una grandezza vettoriale e quindi deve essere espressa in termini di vettori.

Il segno meno tra parentesi si giustifica perché il verso della forza dipende dal sistema di riferimento che si sta considerando.

Un corpo A ed un corpo B, entrambi massivi, vanno ad interagire per mezzo di una forza di gravità e come conseguenza si avrà che il corpo A attrae il corpo B con questa forza.

Se si decide che il sistema di riferimento è positivo da sinistra verso destra, la forza che A esercita su B avrà necessariamente il segno meno davanti perché è diretta verso direzioni negative e quindi la forza che il corpo B esercita sul corpo A avrà direzione positiva.



Il modulo della forza di gravità è pari al prodotto delle masse che stanno interagendo, per una costante G, **costante di gravitazione universale**, diviso la distanza al quadrato tra i corpi.

C'è anche una formula equivalente in cui si vede r diviso r³. La r è il raggio che congiunge il corpo A e il corpo B. È stata inserita perché la forza di gravità ha sempre direzione pari alla direzione della congiungente tra i due corpi. Se ci sono due corpi, si disegna la retta che congiunge i centri di massa dei due corpi e la forza di gravità sarà lungo questa direzione e sarà sempre applicata al centro di massa del corpo.

Dovendo dipendere dall'inversione della distanza al quadrato, si può esprimere questa forza in termini del vettore che congiunge i due corpi dividendo per r^3 perché, se si prende un vettore e lo si divide per il suo modulo si ottiene un versore di lunghezza.

La caratteristica della forza di gravità è che sulla superficie di un pianeta la formula che descrive la forza di attrazione gravitazionale può essere un po' diversa. Questo perché il pianeta Terra è estremamente grande e nelle scale di grandezza quotidiane la dimensione del pianeta Terra è sicuramente enorme e quindi nelle interazioni che siamo abituati noi avere nella nostra quotidianità queste scale di grandezza della nostra quotidianità sono trascurabili rispetto alla dimensione del pianeta Terra.

Riscrivendo la forza di gravità con la sua espressione generale e andando a scrivere la scala di grandezze della nostra quotidianità notiamo che Δh è trascurabile rispetto al raggio della terra, perché il raggio della Terra sono 6,4 milioni di metri.

$$F_g = \frac{GMm}{(R + \Delta h)^2} \approx \frac{GMm}{R^2} = \left(\frac{GM}{R^2} \right) m$$

Si ottiene che la forza di gravitazione che la Terra applica su di noi diventa proporzionale semplicemente alla massa della persona, perché il termine che dipende dalla distanza tra noi e la Terra diventa un termine costante.

Questo termine costante è l'**accelerazione di gravità**.

Provando a calcolare questo termine costante si ottiene un valore che è pari a quello dell'accelerazione di gravità. Questo valore non è il solito valore dell'accelerazione gravità che si utilizza comunemente (9,81) perché, in realtà, il valore di accelerazione di gravità varia leggermente sulla superficie della Terra.

$$g = \frac{GM}{R^2} = \frac{6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2 \cdot 5.97 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{6.4 \cdot 10^6 \text{ m}} = 9.72 \text{ m/s}^2$$

$$G \simeq 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}$$

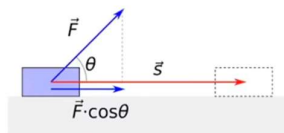
Siccome il pianeta Terra è molto grande si ha come risultato finale che la forza di attrazione gravitazionale tra noi e il pianeta Terra è pari al prodotto tra la nostra massa e la accelerazione di gravità presente sul pianeta Terra ed è sempre diretta verso il centro della Terra.

$$\vec{F} = m\vec{g}$$

LAVORO ED ENERGIA

Il concetto di **lavoro** può sembrare un concetto molto astratto a partire dalla definizione ma è uno dei concetti più potenti nello studio dei moti in quanto ci permette di determinare delle relazioni che si possono utilizzare in modo molto più pratico rispetto allo studio del moto a partire dalla legge oraria, ovvero il lavoro ci dà delle informazioni che sono già state integrate sui moti e quindi permette di risparmiare parecchi calcoli da fare per studiare certi tipi di moto.

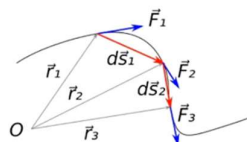
Il **lavoro** si definisce come il **prodotto scalare tra il vettore della forza F e lo spostamento** ad esso associato. Trattandosi di un prodotto scalare, il risultato numerico deve essere il prodotto dei moduli di due vettori e il coseno dell'angolo compreso tra i due vettori. Inoltre, come tutte le grandezze scalari, il lavoro deve essere definito da un numero con una sua unità di misura, diversamente da una grandezza vettoriale che è data dal prodotto scalare tra forza e spostamento.



Si definisce **lavoro** il prodotto tra una forza \vec{F} e lo spostamento \vec{s} ad essa associato:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s} = F s \cos \theta \quad (11)$$

Nel caso in cui il moto non sia lineare, bensì vario e quindi più complesso, il lavoro non può essere calcolato come nella figura soprastante, bensì su tutta la traiettoria percorsa dall'oggetto studiato, quindi come **integrale del prodotto scalare tra la forza e lo spostamento infinitesimo calcolato lungo il cammino**.



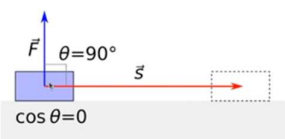
Nel caso in cui la forza sia variabile e/o lo spostamento non sia rettilineo si deve calcolare il lavoro infinitesimo fatto lungo uno spostamento infinitesimo

$$dW = \lim_{\vec{s} \rightarrow 0} \vec{F} \cdot \vec{s} = \vec{F} \cdot d\vec{s} \quad (12)$$

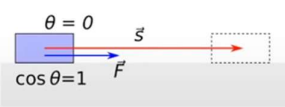
Per ottenere il valore finito deve essere integrato tra la posizione iniziale \vec{s}_i e quella finale \vec{s}_f dello spostamento:

$$W = \int_{\vec{s}_i}^{\vec{s}_f} dW = \int_{\vec{s}_i}^{\vec{s}_f} \vec{F} \cdot d\vec{s} \quad (13)$$

Occorre tener presente che **una forza perpendicolare ad uno spostamento non compie lavoro** e il lavoro è **massimo** se la forza è **parallela allo spostamento**. Nel primo caso, si ha una forza diretta verso l'alto e uno spostamento orizzontale; siccome la forza provoca una variazione della velocità dell'oggetto che dovrebbe



Una forza perpendicolare allo spostamento non compie lavoro!



Il lavoro è massimo se la forza è parallela allo spostamento.

essere in direzione ortogonale allo spostamento, poiché la forza è in direzione ortogonale e l'accelerazione è sempre parallela alla forza, lo spostamento non può essere causato da questa forza che è ortogonale allo

spostamento stesso; pertanto, è giusto pensare che tale spostamento **non** comporti lavoro da tale forza. Occorre quindi immaginare che ci sia un'altra forza che spinge il blocco in modo orizzontale, oppure se ci si trova in condizione di attrito nullo, allora il blocco si sta muovendo autonomamente e questa forza non sta comportando uno spostamento lungo questa direzione.

Tuttavia, questa definizione di lavoro ed il fatto che la forza non compia lavoro se lo spostamento è ortogonale alla forza stessa, sono concetti che entrano in contrasto con la nostra percezione quando andiamo a trasportare degli oggetti. Ad esempio, se stiamo trasportando una valigia molto pesante in direzione orizzontale, il lavoro che viene compiuto dal nostro corpo è in qualche modo paragonato alla fatica percepita, ma la fisica afferma che, essendo la nostra forza ortogonale allo spostamento della valigia, in realtà non stiamo compiendo alcun lavoro sulla valigia.

Com'è possibile, dunque, conciliare questi due aspetti? Tutto dipende dalla fisiologia del corpo umano: quando i muscoli si contraggono, lo fanno per mezzo di tutta una serie di micro-contrazioni e rimanere contratto per un muscolo del nostro corpo vuol dire continuamente contrarsi e rilassarsi in modo molto rapido senza che noi lo percepiamo. Quindi quando stiamo mantenendo la valigia sollevata da terra, i nostri muscoli si stanno continuamente rilassando e contraendo in modo rapido, ed è per questo che viene percepita la fatica.

Consideriamo un secondo esempio in cui si va a porre una valigia pesante su un carrello che viene spostato. Durante lo spostamento, il carrello non “fa fatica” per mantenere la valigia poiché esso è una struttura rigida e ferma, pertanto il lavoro compiuto dal carrello è nullo proprio perché esso è fermo e non sta spingendo la valigia.

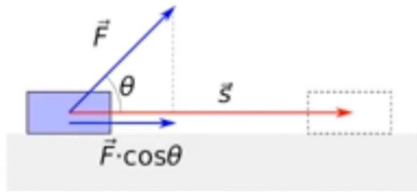
Il lavoro è un concetto così importante nella fisica che ha una sua unità di misura che viene chiamata comunemente **Joule** (da noi italiani, nonostante la pronuncia corretta sia “jule”). Il Joule è dato dal prodotto tra il Newton per il metro; esprimendo il Newton e il metro in termini di grandezze fondamentali del SI, si ottiene che il Joule è che il prodotto tra una massa ed una lunghezza al quadrato, diviso per un tempo al quadrato:

$$[W] = N \times m = [M] \times \frac{[L]}{[t]^2} \times [L] = \frac{[M][L]^2}{[t]^2} = J$$

Esistono delle unità di misura alternative per il calcolo del lavoro, una di queste è la **Caloria**. Si tratta di un'unità di misura molto familiare essendo l'energia contenuta in tutti i cibi comuni sono espressa in calorie. Ultimamente hanno iniziato ad inserire nelle etichette dei cibi anche il valore espresso in Joule, essendo il Joule l'unità di misura del lavoro (e quindi dell'energia) nel SI.

Un'altra unità di misura utilizzata comunemente per il lavoro è l'**Electronvolt (eV)**, impiegata principalmente dai fisici delle particelle o dai fisici nucleari essendo estremamente comoda; infatti, le energie delle particelle in moto sono estremamente piccole; pertanto, per esprimerle è adatta un'unità di misura altrettanto piccola qual è l'eV. L'eV è un'unità di misura non facente parte del SI, però comunque molto utilizzata dai fisici.

Energia cinetica



Immaginiamo di avere una forza che fa accelerare un certo oggetto; proviamo ora ad immaginare che relazione ci sarà tra la velocità che viene raggiunta al termine dell'azione di questa forza ed il lavoro compiuto da questa forza.

Per comprendere questa relazione, introduciamo un esempio concreto: per riuscire a saltare più in alto o più in lungo, i saltatori in genere prendono una rincorsa, non saltano da fermi. In termini fisici, la rincorsa serve a compiere un lavoro per accelerare il corpo stesso e raggiungere una certa velocità. In altre parole, la rincorsa serve ad accumulare una certa quantità di energia cinetica, cioè il lavoro compiuto viene trasformato in una grandezza fisica che viene chiamata **energia cinetica**. A sua volta l'energia cinetica, al momento del salto, può essere riutilizzata e trasformata in un altro tipo di lavoro che serve per raggiungere l'altezza voluta.

L'energia cinetica pertanto è una grandezza fisica che rappresenta il lavoro compiuto per raggiungere la velocità con cui ci stiamo muovendo in un determinato momento ed è definita come la metà del prodotto tra massa e velocità al quadrato: $\frac{1}{2} \times m \times v^2$

Quindi tanto più veloci andiamo tanto più grande sarà la nostra energia cinetica, con una relazione quadratica.

Volendo calcolare il lavoro fatto da un oggetto in movimento per compiere una variazione di velocità, esso è dato dalla differenza di energia cinetica tra la situazione finale e la situazione iniziale:

$$W = \Delta E_K = E_{Ef} - E_{Ei} = \frac{1}{2} \times m \times v_f^2 - \frac{1}{2} \times m \times v_i^2$$

Un aspetto molto importante di questa formula è che il lavoro che noi andiamo a compiere dipende solamente dal valore finale e iniziale della velocità e quindi dell'energia cinetica; pertanto, non ha importanza quello che avviene nel mezzo, a patto che non ci sia l'attrito che va a dissipare una certa quantità di energia.

In termini dimensionali, essendo l'energia cinetica una grandezza che può essere uguale ad un lavoro, il risultato è che la sua unità di misura è il Joule esattamente come quella del lavoro, nonostante le due grandezze vengano definite in modo un po' diverso poiché il lavoro viene definito come prodotto $[W] = N \times m$, mentre l'energia cinetica è definita come $[E_K] = kg \times \left(\frac{m}{s}\right)^2 = \frac{[M][L]^2}{[t]^2} = J$

Energia potenziale gravitazionale

Si vuole calcolare il lavoro compiuto per cambiare la posizione di un oggetto in direzione verticale, da una quota ad un'altra, immaginando di trovarsi sulla superficie della Terra. Ricordando che il raggio della Terra è mediamente $R_{Terra} = 6.4 \times 10^6$ m e che $R_{Terra} \gg \Delta h$, ove Δh è la scala di altezze della nostra quotidianità, la forza di gravità a cui siamo soggetti ad una distanza dal centro della Terra di $r = R_{Terra} + \Delta h$ è data dal prodotto tra l'accelerazione gravitazionale e la massa:

$$F_g = \frac{GM_m}{(R_{Terra} + \Delta h)^2} \approx \frac{GM_m}{R_{Terra}^2} = \left(\frac{GM}{R_{Terra}^2}\right) m = gm$$

Il lavoro compiuto per vincere la forza gravitazionale è dato dal prodotto tra la forza peso e lo spostamento verticale, cioè l'energia potenziale gravitazionale:

$$dU_g = -dW$$

$$dU_g = -F_g^{\rightarrow} \times d_s^{\rightarrow}$$

$$\Delta U_g = - \int_{h_i}^{h_f} (-mg) dz = mg\Delta h$$

Si può pertanto dimostrare che il lavoro che andiamo a compiere per spostare un oggetto in direzione verticale contro la forza gravitazionale, si trasforma in un'altra energia che andiamo ad utilizzare per compiere un altro tipo di lavoro. Ad esempio, sollevando un oggetto e lasciandolo poi cadere, questo arriva al suolo e la sua energia potenziale gravitazionale si è trasformata in energia cinetica, la quale può essere ulteriormente trasformata in un altro tipo di lavoro. Oppure, considerando un orologio a pendolo, per mantenere carico l'orologio occorre sollevare il peso che lo fa muovere compiendo un lavoro che viene poi trasformato nell'energia meccanica che fa muovere l'orologio.

L'energia potenziale può essere definita per tutte le **forze conservative**, ovverosia forze caratterizzate dal fatto che il lavoro compiuto contro queste forze dipende solamente dalla punto iniziale (di partenza) e finale (di arrivo) e non dal cammino percorso. A queste forze conservative è possibile associare un'energia potenziale che a sua volta può essere trasformata in lavoro necessario a compiere una qualche azione. Alcune di queste forze conservative sono la forza gravitazionale (forza di Newton), la forza di attrazione elettrostatica (forza di Coulomb) o la forza elastica (forza delle molle).

Immaginando si spostare un oggetto dal piano terra all'ultimo piano di un edificio e poi di lasciarlo cadere, l'energia cinetica che ha acquisito quando arriva a schiantarsi a terra sarà sempre la stessa indipendentemente dal percorso scelto per arrivare all'ultimo piano dell'edificio (utilizzando le scale, l'ascensore, un elicottero atterrato sul tetto dell'edificio, ...). Pertanto la forza gravitazionale è una forza conservativa perché non dipende dal cammino percorso.

Invece, un esempio di forze non conservative sono gli attriti. In questo caso, seguendo un cammino più lungo sarà necessario vincere una forza d'attrito molto più grande, poiché il lavoro **dipende** dal cammino percorso; scegliendo quindi un percorso più breve, il lavoro compiuto per vincere gli attriti è minore rispetto a quello compiuto scegliendo un percorso più lungo.

Il fatto che, per le forze conservative, il lavoro non dipenda dal cammino percorso è evidente calcolando l'integrale del prodotto tra forza e spostamento su tre diversi cammini possibili per giungere da un punto A ad un punto B, che risulterà pari a **0** in tutti e tre i casi:

$$W_1^{A \rightarrow B} = \int_{\text{cammino 1}}^1 F^{\rightarrow} \times ds^{\rightarrow}$$

$$W_2^{A \rightarrow B} = \int_{\text{cammino 2}}^1 F^{\rightarrow} \times ds^{\rightarrow}$$

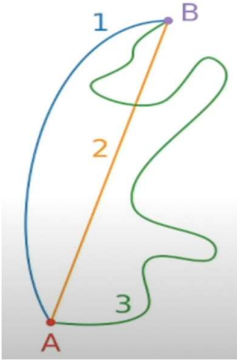
$$W_3^{A \rightarrow B} = \int_{\text{cammino 3}}^1 F^{\rightarrow} \times ds^{\rightarrow}$$

se F^{\rightarrow} è conservativa allora

$$W_1^{A \rightarrow B} = W_2^{A \rightarrow B} = W_3^{A \rightarrow B}$$

in particolare lungo un cammino chiuso il lavoro è

$$W^{A \rightarrow A} = W_1^{A \rightarrow B} + W_2^{B \rightarrow A} = W_1^{A \rightarrow B} - W_2^{A \rightarrow B} = 0$$



Dato che, per le forze conservative, il lavoro compiuto non dipende dal cammino, si può andare a definire la relazione tra il lavoro e la variazione di energia potenziale come:

$$W_{A \rightarrow B} = -(U_B - U_A) = -\Delta U$$

Alla luce di questa relazione, si possono definire le energie potenziali che si accumulano andando a compiere un lavoro per vincere una certa forza conservativa.

Considerando una situazione restrittiva in cui ci sono solo forze conservative che agiscono, senza forze dissipative (attriti) valgono le due relazioni che definiscono il lavoro come la variazione di energia cinetica e come l'opposto della variazione di energia potenziale:

$$W = \Delta E_K$$

$$W = -\Delta U$$

La prima relazione in realtà è valida in generale, la seconda solo per una forza conservativa. Eguagliandole otteniamo:

$$\Delta E_K = -\Delta U$$

$$E_K^B - E_K^A = U_A - U_B$$

$$E_K^A + U_A = E_K^B + U_B$$

Si può definire una grandezza fisica chiamata **energia totale** o anche **energia meccanica** data somma tra l'energia cinetica e l'energia potenziale. Visto che si considera una situazione restrittiva in cui agiscono solo forze conservative e non ci sono forze dissipative, la somma tra l'energia cinetica iniziale e l'energia potenziale iniziale sarà uguale alla somma tra l'energia cinetica finale e l'energia potenziale finale. L'energia totale o meccanica è pertanto una quantità che si **conserva nel tempo**: $E_{tot} = E_K^A + U_A$

L'energia totale o meccanica è una grandezza conservata che può essere molto utile per calcolare cosa accade quando avviene una trasformazione: se un oggetto all'inizio ha una certa quantità di energia cinetica e di energia potenziale e, durante la trasformazione, l'energia potenziale varia di una certa quantità, siccome la somma di energia cinetica e potenziale deve essere costante, anche l'energia cinetica deve essere variata della stessa quantità della potenziale con il segno meno davanti.

Potenza

La potenza è definita come la **quantità di lavoro che viene fatta nell'unità di tempo**. Come la velocità e l'accelerazione, essendo la potenza definita come variazione di una grandezza fisica sull'unità di tempo, si definiscono due concetti diversi di potenza, la potenza media e la potenza istantanea:

- **potenza media:** $\langle P \rangle = \frac{\Delta W}{\Delta t}$
- **potenza istantanea:** $P = \frac{dW}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta W}{\Delta t}$

La potenza media è la quantità di lavoro fatta nell'unità di tempo; essa rappresenta quanto lavoro **mediamente** è stato fatto durante tutto l'intervallo temporale; quindi, il fatto che ci siano stati momenti in cui non si è fatto alcun lavoro e momenti in cui si è fatto un lavoro molto intenso non è di interesse quando si va a calcolare la potenza media. La potenza istantanea è **la derivata rispetto al tempo del** lavoro; essa rappresenta una variazione **istantanea** del lavoro (durante un tempo infinitesimo). In questo caso, nei momenti in cui non viene compiuto alcun lavoro, la potenza in quell'istante è nulla, viceversa nei momenti in cui viene compiuto molto lavoro la potenza istantanea è molto grande.

L'unità di misura della potenza viene chiamata Watt ed è data dal rapporto tra il Joule ed il secondo; in termini di unità fondamentali, è data da una massa per una lunghezza al quadrato su un tempo al cubo:

$$[P] = \frac{J}{s} = \frac{[M][L]^2}{[t]^3} = W$$

Il Watt è un'unità di misura molto importante che viene attualmente utilizzata per esprimere la possibilità di compiere lavoro per tutti macchinari utilizzati, sia nell'ambito dell'ingegneria e della tecnica che dell'elettronica. Sfortunatamente, solo l'ambito automobilistico continua ad utilizzare le potenze espresse in cavalli.

Momento delle forze

Corpo Esteso :

Definizione: un corpo esteso è un oggetto le cui dimensioni e la cui struttura non possono essere trascurate.

Centro di Massa

Il centro di massa o baricentro rappresenta il valore medio della distribuzione della massa di un corpo continuo o di un sistema di corpi. Per un sistema di corpi massivi è definito come :

$$\vec{r}_{cm} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i}$$

Significa che bisogna fare la media delle posizioni di tutti i sottoelementi che costituiscono il corpo prendendole con le loro masse.

Il centro di massa o baricentro può essere immaginato come il centro su cui è concentrata tutta la massa del corpo. La forza di attrazione gravitazionale è sempre applicata sul centro di massa del corpo.

Per l'uomo il centro di massa si trova approssimativamente a livello dell'ombelico, però muovendosi tale posizione può modificarsi.



Consideriamo ora questa immagine di una ballerina. la ballerina è soggetta alla forza di gravità che è applicata al suo centro di massa (che circa all'altezza dell'ombelico). Essa poggia sul pavimento con il piede su cui agisce la forza vincolare. Ora immaginiamo cosa succede se esse non sono applicate sullo stesso punto, lo riprenderemo appena più avanti.

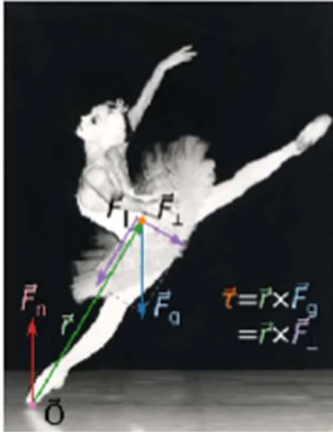
Momento delle forze

Il momento delle forze è una grandezza fisica che rappresenta la possibilità di una forza di indurre un oggetto a ruotare. Matematicamente è definito come il prodotto vettoriale tra la distanza in cui la forza viene applicata e un centro di rotazione definito come r (sarebbe lo stesso r presente nell'immagine della ballerina) e la forza stessa applicata. r anche detto braccio della forza. L'unità di misura del momento delle forze è N*m (Newton per metro)

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$[\tau] = [r][F] = N \cdot m$$

Nell'immagine della ballerina siccome la forza peso e il punto di rotazione non sono allineati la forza peso avrà un certo momento delle forze che andrà ad indurre il corpo della ballerina a ruotare rispetto al centro di rotazione.



Equilibrio dei corpi estesi

Principio di inerzia

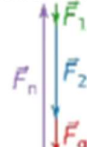
Il principio di inerzia o primo principio della dinamica dice che, se la sommatoria di tutte le forze applicate ad un corpo è uguale a zero allora il corpo resta in quiete o continua a muoversi di moto rettilineo uniforme. Tale condizione non è sufficiente per i corpi estesi perché essi possono anche ruotare su sé stessi sebbene il baricentro sia fermo in un punto. Perciò bisogna andare anche bilanciare i momenti delle forze applicate al corpo.

$$\sum_i \vec{F}_i = 0$$

$$\sum_i \vec{\tau}_i = 0$$



Bilancio delle forze



Bilancio dei momenti



Nell'immagine a fianco notiamo che tutte le forze applicate sui massi sono bilanciate. Bisogna però andare a bilanciare i momenti delle forze relative al punto di rotazione delle forze (in questo caso è il punto di appoggio del sasso) : ci sarà un momento dovuto alla forza F2, alla forza di gravità Fg e alla forza F1.

Il momento della forza F2 avrà verso opposto al momento del momento della forza F1 e Fg perché si trova dal lato opposto rispetto al punto di rotazione. Si nota che il bilancio del momento delle forze è pari a zero e perciò il corpo è in equilibrio.

Le leve

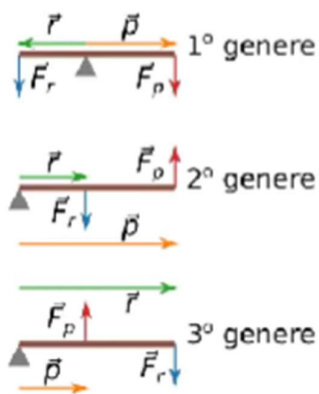
Per capire se una leva è in equilibrio basta calcolare i momenti delle forze, la cui somma deve essere zero.

$$\vec{\tau}_{\text{tot}} = \vec{\tau}_p + \vec{\tau}_r = \vec{\rho} \times \vec{F}_p + \vec{r} \times \vec{F}_r$$
$$|\vec{\tau}_{\text{tot}}| = \rho |\vec{F}_p| \pm r |\vec{F}_r|$$

Se il momento totale uguale a zero allora deve esistere la seguente relazione tra le braccia della leva e le forze ad esse applicate :

$$\left| \frac{r}{\rho} \right| = \left| \frac{F_p}{F_r} \right|$$

F_p è la forza applicata ed è detta potenza (anche se non ha nulla a che fare con la potenza) mentre F_r è la forza che si oppone la prima ed è detta resistenza (anche se non ha nulla a che fare la resistenza elettrica).



Storicamente le leve sono suddivise in 3 generi :

-il primo genere : in cui le forze sono applicate ad entrambi i lati del fulcro

-il secondo e terzo genere sono simili e dipende da dove viene posizionato il fulcro, il quale è ad uno degli estremi della leva.

STATICA DEI FLUIDI

La pressione

Se una forza è esercitata su una superficie, si definisce **pressione** il rapporto tra la magnitudine della forza perpendicolare alla superficie stessa e la dimensione della superficie.

$$p = \frac{|\vec{F}_\perp|}{A}$$

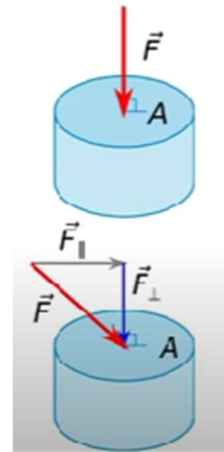
Nonostante sia il rapporto tra una forza che è una grandezza vettoriale e una superficie, la pressione è una grandezza scalare perché nella definizione si va a prendere il rapporto tra la magnitudine della forza e la superficie e non tra la forza e la superficie. Essendo una grandezza scalare la pressione non avrà né direzione e verso

: è descritta solo da un valore numerico associato all'unità di misura.

Molto importante è che la pressione è data dal rapporto della forza **perpendicolare** alla superficie, di conseguenza, per una forza generica applicata sulla superficie la magnitudine da considerare sarà quella della componente perpendicolare della forza e non si considera invece la magnitudine della componente parallela.

se si sente che “la pressione è perpendicolare ad una superficie” si tratta di un abuso di linguaggio, perché la pressione non ha una direzione, ma si intende dire che la forza che genera la pressione è perpendicolare alla superficie.

Se il fluido a cui è sottoposta la pressione è in equilibrio significa che tutte le componenti tangenziali delle forze applicate sul fluido devono essere nulle perché, se non fosse così il fluido dovrebbe muoversi.



Qui sotto sono scritte tutte le possibili unità di misura della pressione (*sarebbe ottimale saperle tutte a memoria eccetto le libbre per pollice quadro*)

L'unità di misura della pressione è il **Pascal**:

$$[\rho] = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \frac{[M][L]}{[t]^2[L]^2} = \frac{[M]}{[t]^2[L]} = \text{Pa} \quad (149)$$

Sfortunatamente, esistono diverse unità che sono tutt'ora usate in diversi contesti:

Etopascal	1 hPa = 100 Pa
Atmosfera	1 atm = 101 325 Pa
Bar	1 bar = $1 \cdot 10^5$ Pa \approx 1 atm
Torricelli	1 torr = 133.322 Pa
mm di mercurio	1 mmHg = 1 torr = 133.3 Pa
libbre per pollice quadro	1 psi = $6.8948 \cdot 10^3$ Pa

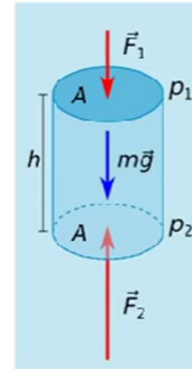
Prima legge dei fluidi o legge di Stevino

Immaginiamo di avere un volumetto di fluido all'interno di un altro fluido e in equilibrio con il fluido stesso. Se si fa il bilancio delle forze in questo volumetto di fluido si vede che la pressione che si esercita alla base di esso è pari alla pressione che c'è sulla superficie superiore più il termine ρgh (dove ρ è la densità del fluido, g è l'accelerazione di gravità e h l'altezza del fluido) che non è altro che l'aumento di pressione ad una determinata profondità (in questo caso data dall'altezza). Tale legge dice dunque che l'aumento di pressione è proporzionale alla profondità, agendo sulla densità del fluido.

$$\vec{F}_{\text{tot}} = \vec{F}_1 + m\vec{g} + \vec{F}_2 = 0$$

$$0 = p_1 A + \rho Vg - p_2 A$$

Quest'ultima (sotto) è la legge di Stevino e dice come varia la pressione man mano che si va in profondità all'interno di un fluido. Tale legge è valida in condizione statiche e quindi quando il fluido è fermo e non in movimento.



Quest'ultima (sotto) è la legge di Stevino e dice come varia la pressione man mano che si va in profondità all'interno di un fluido. Tale legge è valida in condizione statiche e quindi quando il fluido è fermo e non in movimento.

$$p_2 = p_1 + \rho gh$$

Legge di Pascal

La legge di Pascal afferma che, se abbiamo un fluido in equilibrio all'interno di un contenitore, una variazione di pressione all'interno del fluido è trasmessa con la stessa intensità in tutti gli altri punti del fluido. La pressione, di conseguenza, non si dissipa con la distanza.



Immagine che rappresenta l'esperimento di Pascal

Un'altra punto dell'enunciato della legge di pascal è che la pressione è sempre esercitata in direzione ortogonale alle pareti del contenitore.

Per questo motivo se in fluido vi sono delle forze con componente non ortogonale queste metterebbero in moto il fluido che quindi non sarebbe più in equilibrio.

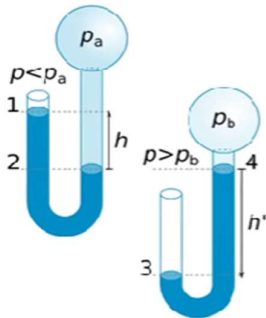
La legge di Pascal e la legge di Stevino messe insieme comportano che a parità di profondità all'interno di un fluido la pressione sarà la stessa in tutti i punti del fluido. Se consideriamo un oggetto molto piccolo (come una scatola di tonno) all'interno di un fluido esso subirà su tutti i suoi lati la stessa pressione in quanto la variazione di questa è praticamente trascurabile.

Il manometro

Il manometro è uno strumento che ci permette di misurare la pressione dell'ambiente.

Il manometro è costituito da un contenitore sigillato in cui è presente un liquido e un gas con una certa pressione. Al di fuori ci sarà la pressione atmosferica. L'ipotesi è che la densità del liquido che si trova

all'interno del tubo sia molto maggiore della densità dei gas (sia di quelli all'interno dell'ampolla sia di quello esterno). Applicando tale ipotesi è possibile misurare le pressioni nei punti 1 e 2 della figura a sinistra. Al punto 1 avremo che la pressione è pari alla pressione atmosferica. Sul punto 2 ci sarà la pressione che c'è all'interno dell'ampolla a che è pari alla pressione atmosferica più la pressione dovuta alla colonna di liquido di altezza h . Il fatto che la pressione nel punto 2 e la pressione nel punto di altezza h è garantito dalla legge di Pascal e dalla legge di Stevino.



Unendo le 2 espressioni qui

$$p_1 = p$$

$$p_2 = p_a = p + \rho gh$$

Quindi nota p_a è possibile misurare p :

$$p = p_a - \rho gh$$

sopra sarà possibile calcolare la pressione atmosferica.

Considerando invece il caso in cui la pressione all'interno della colonnina sia minore della pressione atmosferica esterna si avrà nel punto 4 una pressione pari alla pressione dell'ampolla nel punto 3 una pressione pari alla pressione atmosferica che sarà uguale alla pressione all'interno della ampolla più la pressione data dalla colonnina di fluido di altezza h (ovvero la legge di Stevino applicata alla colonnina). Si avrà :

Consideriamo il caso $p > p_b$ si ha similmente

$$p_3 = p = p_b + \rho gh'$$

$$p_4 = p_b$$

ottenendo

$$p = p_b + \rho gh'$$

Nel caso in cui $p_b = 0 \text{ Pa}$ allora si può misurare la pressione atmosferica:

$$p = \rho gh'$$

Torricelli utilizzò questa ultima condizione per misurare la pressione atmosferica, tramite un tubicino contenente mercurio.

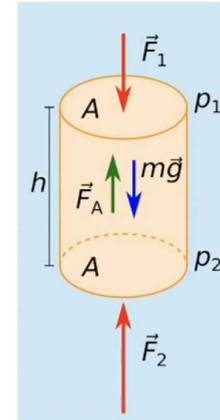
Principio di Archimede

Questo principio afferma che un corpo immerso in un fluido riceve una spinta dal basso verso l'alto pari al peso del volume di fluido spostato.

$$F_2 = p_2 A = p_1 A + \rho_{\text{acqua}} g \underbrace{hA}_{=V}$$
$$F_2 = F_1 + mg + F_A$$
$$= p_1 A + \underbrace{\rho_{\text{corpo}} V g}_m + F_A$$

Otteniamo il valore della **spinta di galleggiamento**:

$$F_A = (\rho_{\text{acqua}} - \rho_{\text{corpo}}) V g$$



Se $\rho_{\text{corpo}} < \rho_{\text{acqua}}$ allora la spinta è verso l'alto e quindi il corpo galleggia.

NB: in questo caso stiamo considerando la spinta come la differenza tra la densità dell'acqua e del corpo considerato, ma in molti libri si indica come spinta di galleggiamento semplicemente il volume del fluido spostato.

TEMPERATURA E TERMODINAMICA

Passiamo allo studio della termodinamica. Prima di tutto introduciamo la termodinamica come quella branca della fisica che studia le trasformazioni dell'energia tra una forma e l'altra, come potrebbe essere la trasformazione di energia termica, anche detta calore, in energia potenziale oppure in lavoro. La termodinamica studia gli scambi di energia tra i sistemi e quindi come due sistemi possono cedere l'energia sotto una qualche forma e le relazioni tra queste trasformazioni e questi scambi con le proprietà della materia quindi le proprietà dei gas, dei solidi e dei vari stati della materia.



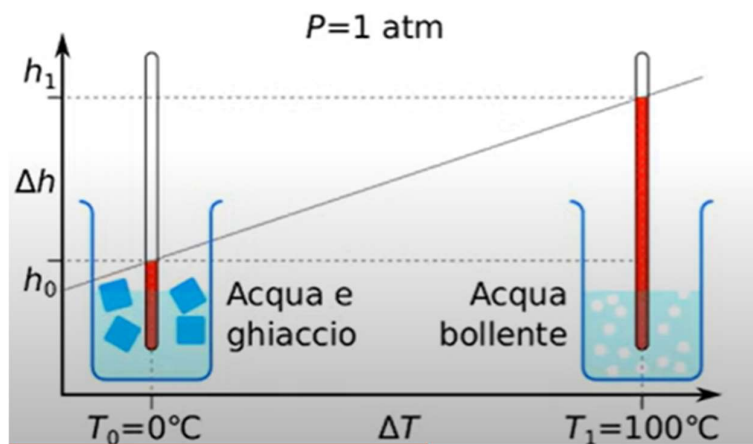
In particolare, la termodinamica studia in modo quantitativo, come sempre nella fisica, l'energia termica dei sistemi e la loro temperatura e inoltre studia la relazione che c'è tra il lavoro meccanico che si compie su un sistema o che si riesce a ottenere un sistema e le trasformazioni termodinamiche dei sistemi stessi. Essendo la temperatura una delle grandezze fisiche più importanti per termodinamica, cominciamo a introdurre la temperatura. La temperatura è una nuova grandezza fisica che indica lo stato termico di qualche sistema fisico e in realtà indica qual è lo stato dell'energia termica interna del corpo. La temperatura è una delle varie coordinate termodinamiche che si utilizzano per descrivere il comportamento di un sistema termodinamico. Quindi, se voi volete descrivere il comportamento di un qualche sistema termodinamico, avete bisogno di descriverlo per mezzo di alcune coordinate termodinamiche. Avete bisogno di utilizzare alcune grandezze fisiche, una delle quali è la temperatura. Altre coordinate potrebbero essere la pressione, il volume e cose di questo tipo.

La temperatura è difficile da spiegare in dettaglio, senza andare troppo in dettaglio nella fisica e nelle proprietà della materia. Noi istintivamente sappiamo benissimo distinguere la sensazione di freddo e di caldo di un qualche oggetto. Però, per misurarla in modo quantitativo abbiamo bisogno di legare la temperatura a delle grandezze fisiche o a delle proprietà di alcune sostanze che noi possiamo misurare agevolmente. Quindi, sebbene con il nostro corpo riusciamo a dire se una cosa è più fredda o più calda di qualcos'altro, per una misura quantitativa abbiamo la necessità di passare attraverso una qualche caratteristica di un qualche sistema che ci permetta di avere una scala lineare legata alla temperatura.

Per misurare la temperatura si può legare la dilatazione termica con la temperatura: Quando aumenta la temperatura dei corpi tendono a dilatarsi. Se si costruisce un sistema fisico che è molto sottile e molto lungo, si può usare la lunghezza del corpo per misurare la temperatura dell'ambiente in cui è immerso.

Si può definire dei punti fissi per la curva di calibrazione per la misura della temperatura: nei termometri (oggi) si usa una

colonnina di alcool che si dilata all'aumentare della temperatura. Si tara il termometro ponendolo in un ambiente a diverse temperature diverse temperature, si prende i punti fissi (di riferimento) che vengono utilizzati per costruire la scala di temperatura. I punti fissi nella misura in gradi centigradi sono una miscela di acqua e ghiaccio a zero gradi centigradi e una di acqua bollente a 100 gradi centigradi.



$$T_{\text{mis}} = \frac{\Delta T}{\Delta h}(h - h_0) + T_0$$

Unità di misura della temperatura

-**Scala Celsius** (la più utilizzata), ha come punti fissi:

- 0 °C, punto di fusione dell'acqua
- 100 °C, punto di ebollizione dell'acqua

È molto utilizzata, perché è molto semplice ed è comodo avere punti fissi riferiti alle proprietà fisiche dell'acqua

-**Scala Fahrenheit** (utilizzata nel mondo anglosassone), punti fissi:

- 32 °F, temperatura di fusione dell'acqua
- 212 °F, temperatura di ebollizione dell'acqua

Conversione: $[^{\circ}\text{C}] = ([^{\circ}\text{F}] - 32) \cdot \frac{5}{9}$

Punti fissi particolari: per evitare valori negativi, l'inventore costruì un sistema con dei Sali che arrivava a temperatura molto bassa e ha definito quello come zero. La temperatura corporea è circa 100 °F.

- **Scala Kelvin** (unità di misura del SI):

- È la scala usata nel mondo scientifico
- Ha la spaziatura dei gradi centigradi
- Usa come punto fisso: 0 K, che è lo zero assoluto (-273,15°C)

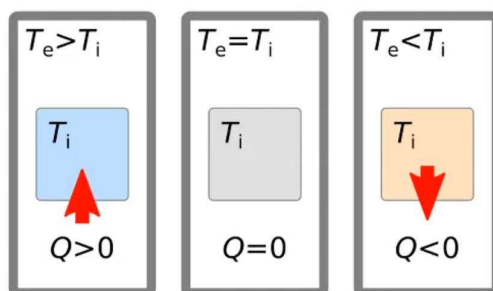
Conversione: $[^{\circ}\text{C}] = [K] - 273,15$

Le tre unità di misura sono incompatibili tra loro perché le scale hanno degli offset reciproci. Non si può dividere gradi Kelvin assoluti per gradi centigradi, e lo stesso vale con l'altra scala.

ENERGIA TERMICA

Introduzione e definizione

Sperimentalmente, si può notare che, quando due o più corpi a temperature differenti sono a contatto tra di loro, in un tempo sufficientemente lungo tendono a raggiungere la stessa temperatura. Durante questo processo, questi corpi si scambiano una forma di energia detta “**energia termica**” o “**calore**”. Quindi, un corpo più caldo tende a scambiare energia termica ai corpi più freddi adiacenti ad esso. La quantità di energia termica che un oggetto contiene è connessa in un certo modo alla sua temperatura.



Nonostante l’energia termica sia tradizionalmente misurata in **calorie (cal)**, questa unità di misura non fa parte del SI in cui si usa il **Joule (J)**. Comunque, la caloria è ancora oggi utilizzata molto, soprattutto in termini di apporto calorico degli alimenti ed è importante conoscerne la definizione: 1 caloria è la quantità di energia termica necessaria per far passare 1g d’acqua da 14,5°C a 15,5°C.

$$1 \text{ cal} = 4.186 \text{ J}$$

$$1 \text{ kcal} = 4186 \text{ J}$$

(NB: la definizione di caloria può essere differente a seconda dell’ambito in cui essa viene affrontata. È possibile quindi avere, a seconda dei libri consultati, una differente conversione di cal \rightarrow J).

Capacità termica (C) e calore specifico (c)

I corpi cedono o ricevono energia termica secondo una semplice relazione di proporzionalità che li lega alla temperatura.

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$$

La variazione di calore è direttamente proporzionale alla variazione di temperatura e la costante che si ricava dal loro rapporto è la **capacità termica (C)** che è, quindi, la quantità di energia termica necessaria per alzare di un grado la temperatura di un corpo e si misura in J/K o J/°C.

Una caratteristica molto importante di questa grandezza è che dipende sia dalla massa del corpo sia dalla temperatura stessa. Un corpo a diverse temperature può avere, quindi, capacità termiche differenti. Ad esempio, il ghiaccio ha una capacità termica diversa dell’acqua allo stato liquido (anche se si tratta della stessa sostanza).

Per far fronte al problema che C dipende dalla massa stessa del corpo, si va a definire il **calore specifico (c)**, che è definito come la capacità termica per unità di massa:

$$c = \frac{C}{m} = \frac{1}{m} \frac{\Delta Q}{\Delta T}$$

La capacità termica, si può notare dalla formula, è indirettamente proporzionale alla massa del corpo. Il calore specifico diventa una proprietà del materiale di cui è fatto il corpo e si misura in J/(kg·K).

Siccome la capacità termica dipende generalmente dalla temperatura, anche il calore specifico dipenderà dalla temperatura (e quindi, analogamente a quanto detto per la capacità termica, uno stesso materiale a temperature diverse avrà un diverso calore specifico).

Per i materiali allo stato liquido e solido la definizione di calore specifico generico è sufficiente. Invece, per quanto riguarda quelli allo stato gassoso, è necessario definire due tipi diversi di calore specifico a seconda dell'ambiente in cui essi si trovano. Infatti, se c'è una variazione di temperatura del gas in cui questo mantiene il volume costante allora si va a parlare di **calore specifico a volume costante (c_v)**, mentre, se il gas ha una variazione di temperatura a pressione costante, si va a parlare di **calore specifico a pressione costante (c_p)**. Questi due calori specifici, anche se in riferimento allo stesso gas, sono quantitativamente molto diversi tra loro:

$$c_v = \frac{1}{n} \left(\frac{\Delta Q}{\Delta T} \right) \quad \text{a volume costante}$$
$$c_p = \frac{1}{n} \left(\frac{\Delta Q}{\Delta T} \right) \quad \text{a pressione costante}$$

dove n è il numero di moli del gas (anziché la massa).

(Per i solidi e i liquidi si dà per scontato che il calore specifico solitamente utilizzato sia quello a pressione costante).

Stati della materia

Gli stati della materia sono delle diverse configurazioni di una sostanza o elemento. Per esempio, l'acqua può essere solida, liquida o gassosa e la differenza tra queste tre configurazioni sta a livello della diversa forza di aggregazione tra le sue molecole. Mentre, nello stato gassoso, le interazioni tra le particelle dell'acqua sono pressoché nulle, dall'altra parte, nello stato liquido, le interazioni sono sufficientemente intense da tenere la sostanza coesa con sé stessa ma, comunque, non abbastanza significative per creare un solido (come vediamo nel ghiaccio) e, per questo, tende a riempire il contenitore in cui essa viene versata. Invece i solidi hanno un'interazione così forte tra i loro costituenti che mantengono la forma stabile in un volume definito.

Quindi:

- **solido**: volume definito, forma definita.
- **liquido**: volume definito, forma indefinita.
- **gassoso**: volume indefinito, forma indefinita.

Calore latente

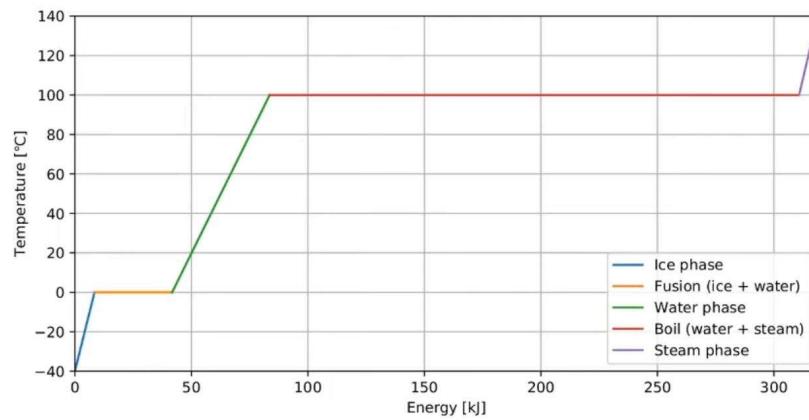
Continuando il riferimento all'esempio dell'acqua, si immagina che, dalla sua configurazione solida, passi alla fase liquida grazie al calore fornito dall'esterno. È importante ricordare che **durante un cambiamento di fase la temperatura della sostanza rimane costante nel tempo**. Quello che il calore fa variare, invece, sono i legami tra i costituenti dello stato corrente che si rompono e riorganizzano.

Questa quantità di calore viene chiamata **calore latente** ed è la quantità di energia termica, per unità di massa, scambiata con l'ambiente durante i passaggi di fase.

- il calore latente di fusione dell'acqua è 333 J/kg
- il calore latente di ebollizione dell'acqua è 2272 J/kg

NB: si ricorda che i due valori sono dati per unità di massa; quindi, sarà necessario moltiplicare i valori per la massa di acqua in cambiamento di stato per trovare il calore latente da fornire.

I calori latenti possono essere molto differenti tra loro a seconda di quale passaggio di stato sta avvenendo: si noti come l'energia necessaria per far bollire una quantità d'acqua sia quasi dieci volte maggiore di quella necessaria a far fondere il ghiaccio.



Nel grafico è possibile osservare come varia la temperatura di una certa massa d'acqua (100g) nel momento in cui viene fornita energia al sistema. La massa di ghiaccio parte a una temperatura di -40°C : man mano che si fornisce calore, la massa si scaldereà e il modo in cui aumenta (la pendenza della retta blu) sarà dato dalla capacità termica della sostanza in considerazione. Questo riscaldamento prosegue finché non si arriva a 0°C , temperatura alla quale il ghiaccio si scioglie. Questa rimarrà costante nonostante venga comunque ceduta energia termica al sistema proprio perché essa non va ad aumentare la temperatura, ma a indebolire i legami dello stato solido. Sciolto completamente il ghiaccio, l'acqua liquida aumenterà di temperatura tracciando una retta (verde) più o meno pendente sempre dipendente alla sua capacità termica. (NB: la pendenza della retta blu del ghiaccio e della retta verde dell'acqua liquida sono differenti: questo sta a indicare come la capacità termica varia a seconda della fase e della temperatura in cui si trova la sostanza). L'acqua, giunta a 100°C comincia a cambiare ancora di fase (da liquida a gassosa) e la temperatura ritorna ad essere costante (linea rossa). La temperatura risalirà nuovamente solo quando tutta l'acqua si è trasformata in gas.

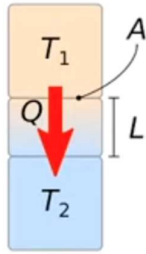
METODI DI TRASPORTO DELL'ENERGIA TERMICA

Due oggetti che si trovano a temperature differenti andranno a cedere uno all'altro dell'energia termica in modo da raggiungere l'equilibrio, ossia la stessa temperatura finale.

Questo scambio di energia termica può avvenire secondo tre modalità:

- Conduzione
- Convezione
- Irraggiamento

CONDUZIONE



La conduzione è il metodo di trasporto che si ha all'interno dei solidi oppure nella zona di contatto tra due solidi ed è il metodo più rapido e più efficiente a seconda del materiale.

Immaginando la situazione rappresentata a lato, osserviamo un oggetto a una temperatura costante **T1** e un altro oggetto a temperatura costante **T2**.

Gli oggetti a una temperatura costante sono chiamati **termostati**. Questi due oggetti sono in contatto tra di loro grazie a un terzo oggetto solido di spessore **L** e di superficie **A**, contatto con gli oggetti.

Per esprimere la quantità di energia termica che viene trasportata tra i due oggetti si usa la **legge di Furiere**.

$$\frac{dQ}{dt} = -kA \frac{\Delta T}{L}$$

Questa esprime il **tasso di conduzione dell'energia termica**, ovvero quanta energia termica viene trasportata nell'unità di tempo, ed è proporzionale ad una certa costante **k**.

K è il **coefficiente di conducibilità termica** ed è una caratteristica propria del materiale o della sostanza di cui è composto l'oggetto. $[k] = \frac{W}{mK}$

Oltre a **k**, il tasso di conduzione dell'energia termica è proporzionale anche alla superficie di contatto **A** e alla differenza di temperatura ΔT , mentre è inversamente proporzionale allo spessore **L**.

Di conseguenza si può dedurre che se ci troviamo in una condizione per cui i due materiali hanno un coefficiente di conducibilità diversa, il materiale con un **k** più elevata condurrà più energia termica nell'unità di tempo.

Allo stesso tempo da questa legge possiamo ricavare che più è grande l'area di contatto tra gli oggetti, tanto più grande sarà la quantità di calore trasportata nell'unità di tempo. Ed è per questo che i radiatori hanno delle forme complicate al fine di avere la maggior superficie possibile per poter dissipare più energia termica possibile.

Sempre considerando la legge di Furiere, è abbastanza immediato capire che il tasso di conduzione dell'energia termica sia inversamente proporzionale allo spessore: infatti in inverno tendiamo ad aumentare lo spessore degli strati di vestiti in modo da diminuire la conduzione della nostra energia termica.

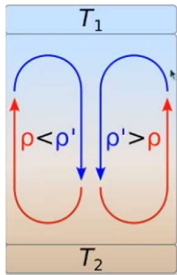
La quantità di energia termica trasferita nell'unità di tempo è anche proporzionale alla differenza di temperatura: se un oggetto è molto caldo, esso andrà a perdere una quantità di energia termica maggiore di uno oggetto a una temperatura minore.

Di conseguenza, se due oggetti sono a temperature molto simili, la quantità di energia termica che fluisce tra di loro nell'unità di tempo sarà molto bassa.

CONVEZIONE

La convezione avviene all'interno dei fluidi. È il fenomeno che avviene all'interno delle pentole quando si cucina la pastasciutta.

La convezione non prevede il trasferimento di energia termica attraverso un certo materiale, ma dipende da un **trasporto di materia che si trova a diverse temperature.**



Prendiamo come esempio una pentola sul fuoco che sta scaldando dell'acqua, fluido la cui densità varia leggermente al variare della temperatura. L'acqua sul fondo della pentola si scalda poiché a contatto con il fuoco e di conseguenza c'è una percentuale dell'acqua sulla pentola a una densità minore del resto: per effetto della spinta di Archimede questa quantità di acqua tenderà a migrare verso l'alto. L'acqua che migra verso la superficie trasporta con sé una certa quantità di energia termica verso le regioni più fredde della pentola.

Durante il fenomeno della convezione si creano delle **celle convettive** che sono dei vortici in cui una quantità di fluido caldo che sale sostituisce una quantità di fluido freddo che scende.

IRRAGGIAMENTO

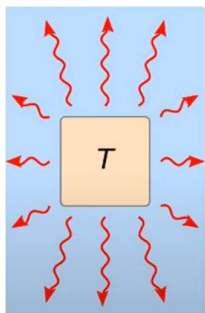
L'irraggiamento non necessita di un mezzo materiale attraverso cui c'è trasporto di energia termica: essa, infatti, viene emessa come energia elettromagnetica.

La legge che esprime il tasso di emissione dell'energia termica è la **legge di Stefan-Boltzmann**

$$\frac{dQ}{dt} = \epsilon \sigma AT^4$$

All'interno della formula si osserva

- **ϵ emissività della superficie.** Essa è una caratteristica propria della superficie: le superfici ruvide e scure tendono generalmente ad avere una emissività più elevata rispetto a quelle chiare e lucide; $0 < \epsilon < 1$
- **σ è la costante di Stefan-Boltzmann** ed ha valore $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2K^4}$



Dalla legge si osserva che il tasso di emissione è proporzionale alla superficie dell'oggetto: se si vuole aumentare l'emissione di energia termica per irraggiamento è quindi necessario aumentare la superficie dell'oggetto in questione.

Il tasso di emissione è proporzionale anche a T^4 dove T è la temperatura assoluta (espressa in Kelvin). Quindi un aumento di temperatura anche piccolo aumenta in modo drammatico la quantità di energia rilasciata per irraggiamento.

Un oggetto a temperatura ambiente andrà a rilasciare energia termica con un tasso abbastanza limitato per quando riguarda l'irraggiamento e condurrà preferibilmente per conduzione o convezione. Se invece l'oggetto è incandescente, predominerà l'emissione per irraggiamento.

LEGGE DEI GAS IDEALI

Un gas ideale è un gas i cui costituenti non interagiscono fra loro, e le cui variabili termodinamiche soddisfano la seguente relazione, detta **equazione di stato**:

$$pV = nRT$$

p = pressione

V= volume

N= numero di moli

T = temperatura assoluta, espressa in kelvin. In questo sistema, lo zero corrisponde alla temperatura alla quale il volume e la pressione sono altrettanto uguali a zero, che rapportato alla scala Celsius corrisponde a $-273,15^{\circ}\text{C}$.

R= costante dei gas

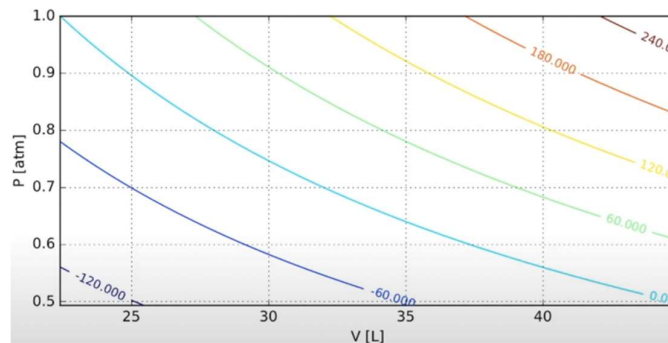
$$R = 8,31 \frac{J}{mol K}$$

Il comportamento dei gas reali, in primis l'azoto, è tipicamente ben descritto dalla legge dei gas ideali.

Diagramma di Clapeyron

Il diagramma di Clapeyron permette di visualizzare la relazione che intercorre fra le variabili termodinamiche temperatura, pressione e volume di un gas ideale.

Nell'asse delle ascisse viene inserito il volume, mentre nelle ordinate i valori della pressione: si osserva che, in base ai valori che può assumere la temperatura, vengono descritte delle iperboli parallele fra loro. Da questo si capisce come le tre coordinate siano intimamente legate tra loro.



Legge di Avogadro

La legge di Avogadro afferma che tutti i gas ideali in condizioni standard di temperatura e pressione (pressione 1 atm e temperatura di 0°C), tutti i gas hanno un volume pari a:

$$V_0 = n V_m$$

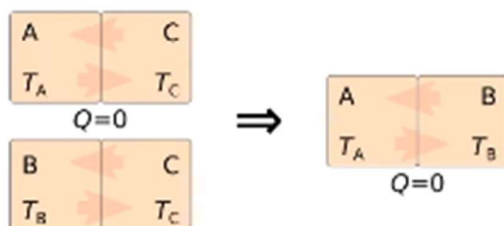
$V_m =$ costante 22,4 L

Quindi qualunque gas ideale nelle suddette condizioni avrà il volume che è multiplo della costante V_m e proporzionale al numero di moli del gas.

PRIMO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA

Principio zero della termodinamica

Se due corpi A e B sono in equilibrio termico con il corpo C, allora A e B sono in equilibrio termico



tra di loro.

(Due corpi sono in equilibrio termico se si trovano alla stessa temperatura, ovvero non scambiano energia termica; se in un sistema in equilibrio, e le condizioni al contorno non cambiano, le variabili che descrivono il sistema non cambiano)

È importante perché garantisce la possibilità di misurare la temperatura degli oggetti usando i termometri.

Primo principio della termodinamica

Esso esprime la **legge di conservazione dell'energia**: mette in relazione l'**energia interna** di un sistema col **lavoro fatto su di esso** ed il **calore scambiato**

$$dU = dQ - dW$$

- Q è l'energia termica scambiata dal sistema con l'ambiente esterno

- W è il lavoro fatto sul/dal sistema

- U rappresenta l'energia interna del sistema, che può scambiare con l'ambiente come energia termica o può trasformare in lavoro o può essere aumentata da un lavoro svolto sul sistema. È una **funzione di stato**, cioè, dipende solo dalle variabili termodinamiche p, V, T **in quello stato** e non dal cammino compiuto. Può essere considerata come un'energia potenziale che si può utilizzare per compiere del lavoro sul sistema o sull'ambiente.

(nella formula ci potrebbe essere il + al posto del - davanti a W, ciò dipende dalle convenzioni che si prende in considerazione)

Lavoro di un gas

Il lavoro compiuto da una forza sul gas è (in un pistone rigido sigillato)

$$\begin{aligned} dW &= \vec{F} \cdot d\vec{x} \\ &= pSdx = p(V_f - V_i) \\ &= pdV \end{aligned}$$

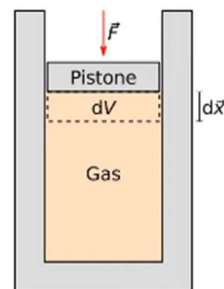
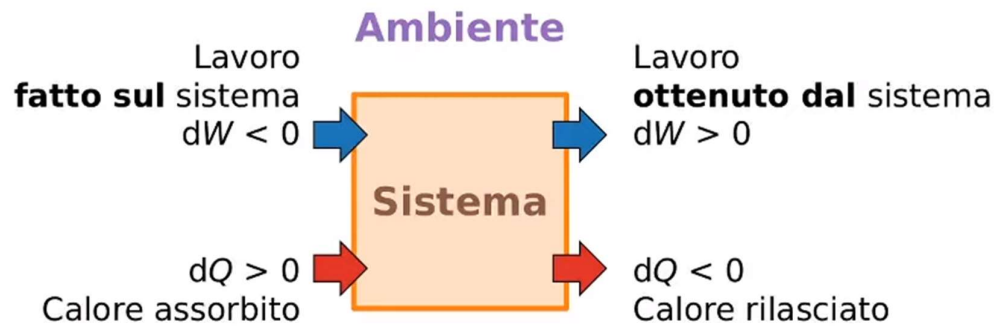


Figura: Pistone rigido, sigillato.

Se il gas cambia volume è in grado di compiere lavoro o subire lavoro dall'esterno

Nel caso di variazioni finite allora bisogna ricordare che p dipende da V e quindi

$$W = \int_{V_i}^{V_f} p(V) dV$$



Convenzione sui segni delle energie

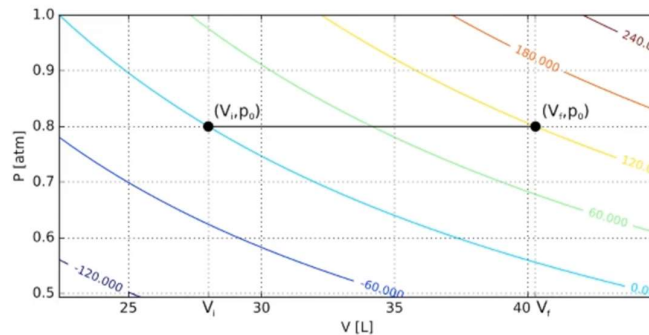
- $dW < 0$ se il lavoro è fatto sul sistema
- $dW > 0$ se il lavoro è fatto dal sistema
- $dQ > 0$ se dell'energia termica entra nel sistema
- $dQ < 0$ se dell'energia termica esce dal sistema

È la convenzione più comune per l'ingegneria delle macchine termiche: Con una macchina termica si fornisce calore ad essa con lo scopo di ricevere una certa quantità di lavoro.

TRASFORMAZIONI TERMODINAMICHE

Le trasformazioni termodinamiche sono trasformazioni dei sistemi fisici che comportano una variazione delle loro coordinate termodinamiche. Ne esistono di diversi tipi.

Trasformazioni isobare



Le trasformazioni isobare sono trasformazioni che avvengono a **pressione costante**. Nel diagramma pressione-volume queste trasformazioni sono rappresentate da righe orizzontali che identificano tutti gli stati termodinamici occupati dal sistema durante la sua evoluzione. La caratteristica principale di questo tipo di trasformazioni è che il lavoro compiuto sul sistema sarà pari alla pressione (sempre costante) moltiplicata per la variazione di volume.

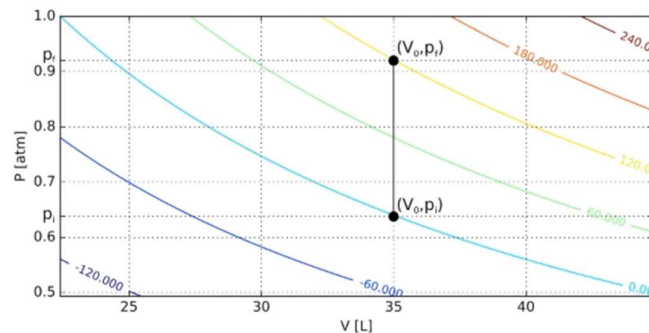
$$W = p_0(V_f - V_i) = p_0 \cdot \Delta V$$

Siccome la pressione rimane costante, ma il volume varia, deve esserci per forza anche una **variazione di temperatura** per soddisfare la legge di stato dei gas ideali. [Legge di stato dei gas ideali: $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$]

Quindi essendoci una variazione di temperatura, vi è necessariamente anche uno **scambio di calore** tra il sistema e l'ambiente esterno. Questo scambio di calore sarà dato dalla formula del calore specifico a pressione costante.

$$\Delta Q = n \cdot c_p \cdot \Delta T$$

Trasformazioni isocore

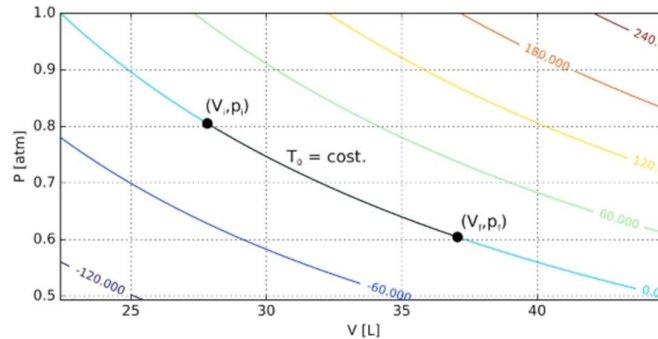


Le trasformazioni isocore sono delle trasformazioni che avvengono a **volume costante** ($\Delta V = 0$). Variano, in questo caso, la pressione e necessariamente anche la temperatura del gas preso in considerazione (sempre secondo la legge dei gas ideali). Siccome il lavoro compiuto è uguale al prodotto tra pressione e variazione

di volume, nel caso di una trasformazione isocora **non c'è nessun lavoro compiuto** perché non c'è nessuna variazione di volume.

$$W = p_0 \cdot \Delta V = 0$$

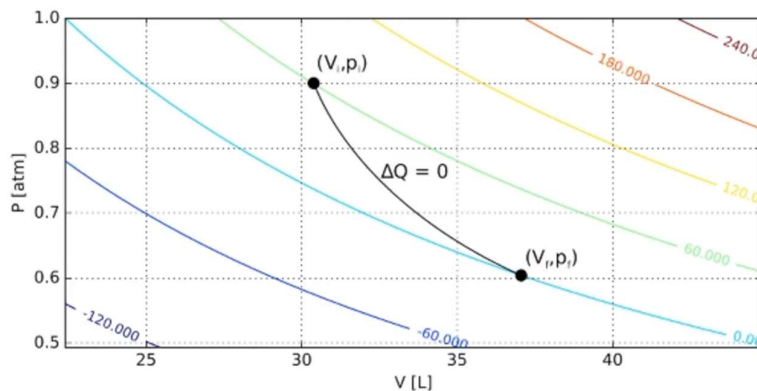
Trasformazioni isoterme



Le trasformazioni isoterme sono trasformazioni che avvengono a **temperatura costante**. Secondo la legge di stato dei gas ideali essendo la temperatura costante, sia la pressione che il volume devono variare. Nel diagramma pressione-volume questo tipo di trasformazioni seguono le iperbole che corrispondono ai punti in cui la temperatura rimane costante. Avendo una variazione di volume, si può ottenere un lavoro:

$$W = \int_{V_i}^{V_f} p(V) dV = nRT_0 \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V} = nRT_0 (\log V_f - \log V_i) = nRT_0 \log \left(\frac{V_f}{V_i} \right)$$

Trasformazioni adiabatiche



Le trasformazioni adiabatiche sono trasformazioni in cui **non avviene scambio di calore con l'ambiente esterno**. Le relazioni da utilizzare in questo tipo di trasformazioni dei gas ideali sono le seguenti:

$$pV^\gamma = \text{costante}_1 \quad \text{ove} \quad \gamma = \frac{C_p}{C_V}$$

$$TV^{\gamma-1} = \text{costante}_2$$

$$T^\gamma p^{1-\gamma} = \text{costante}_3$$

Le trasformazioni adiabatiche sono una particolare classe di trasformazioni in cui tutte e tre le grandezze termodinamiche variano contemporaneamente: temperatura, pressione.

SECONDO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA

Il secondo principio della dinamica ha diverse formulazioni equivalenti tra di loro. Con questo principio si introduce il concetto di trasformazioni reversibili.

FORMULAZIONE DI KELVIN-PLANK: è impossibile per un sistema assorbire il calore di un secondo sistema con una temperatura omogenea e convertirlo completamente in lavoro, senza che il sistema stesso cambi stato.

FORMULAZIONE DI CLAUSIUS: è impossibile realizzare un qualunque processo che abbia come unico risultato il trasporto di calore da un oggetto più freddo ad un oggetto più caldo, senza che sia compiuto lavoro esterno

SECONDO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA: è impossibile realizzare una macchina termica il cui rendimento sia pari al 100%

Esiste anche un'altra formulazione del secondo principio della termodinamica, che si può comprendere introducendo il concetto di entropia: in un sistema isolato l'entropia è una funzione non decrescente nel tempo.

$$\frac{dS}{dt} \geq 0$$

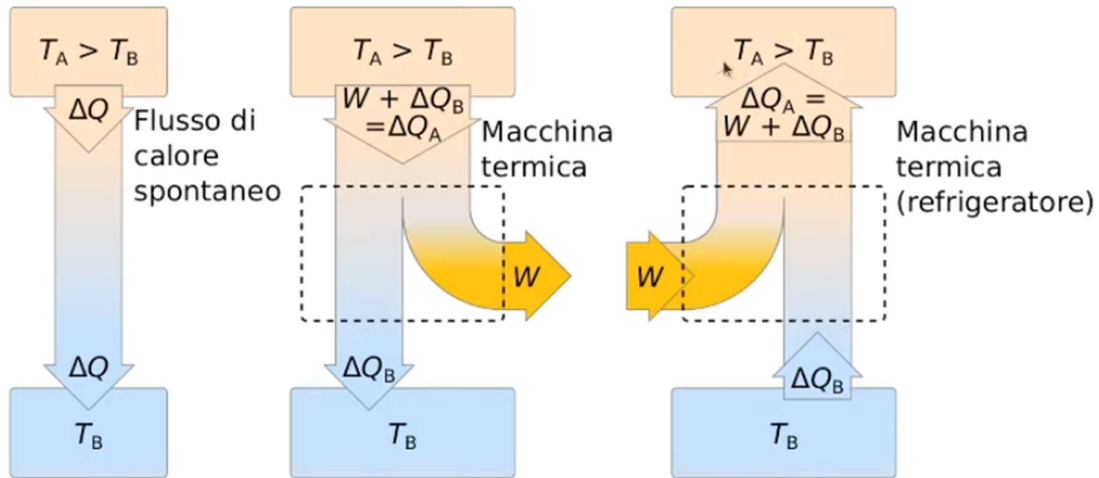
Il concetto di **entropia** è complicato da spiegare perché richiederebbe delle conoscenze di fisica statistica. Molti autori la descrivono come un grado di disordine di un sistema, in realtà rappresenta tutte le possibili configurazioni che un sistema fisico può avere. Di conseguenza un sistema fisico molto ordinato e stabile, ad esempio un cristallo, avrà un grado di entropia basso poiché le posizioni degli atomi sono per lo più fisse e hanno poca possibilità di muoversi e di trovarsi in disordine. Un esempio opposto è invece un gas, le cui molecole hanno più possibili configurazioni e quindi più “disordinato”.

Il secondo principio della termodinamica, riferendosi all'entropia, intende che riferendosi a sistemi isolati, essi non andranno mai ad evolvere verso dei sistemi con un grado più alto di ordine. Non capiterà che, ad esempio, un gas si evolva spontaneamente verso una struttura cristallina.

Il sistema deve però essere isolato, se non lo fosse si potrebbe compiere del lavoro sul sistema e di conseguenza diminuire il suo grado di disordine.

FLUSSO DI CALORE

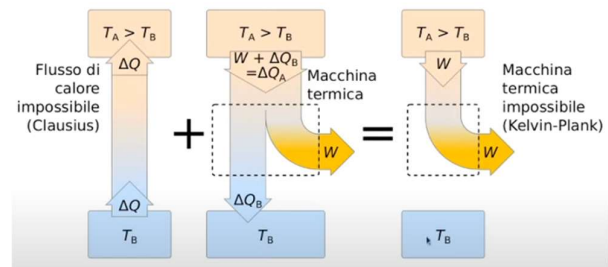
Esso è una quantità di energia termica che si scambia tra due sistemi, uno caldo e uno freddo. Un flusso di calore spontaneo è quello che va da un sistema caldo a uno freddo.



Una **macchina termica** è un sistema fisico che assorbe calore da un sistema caldo ed è in grado di trasformare parte di questo calore in lavoro, ma allo stesso tempo cedere una certa quantità di calore verso un sistema freddo. Un esempio è il motore dell'automobile a cui forniamo calore e otteniamo lavoro.

Una **macchina frigorifera**, invece, assorbe una certa quantità di lavoro al fine di assorbire una certa quantità di calore da un sistema freddo e cederlo a un sistema caldo. Un esempio è un condizionatore che utilizza lavoro per assorbire calore dalla stanza, più fredda dall'ambiente esterno a cui va a cedere questo calore assorbito.

La formulazione di Clausius dice che sia impossibile avere un flusso di calore che spontaneamente viene ceduto da un sistema freddo a uno caldo. Se questa formulazione non fosse vera e questo flusso di calore fosse possibile, unendo una macchina termica, si potrebbe creare su questa base **una macchina termica impossibile** in grado di trasformare una certa quantità di calore interamente in lavoro, senza mai disperdere calore.



Falsificando la formulazione di Clausius si falsifica quindi anche quella di Kelvin-Planck.

Se invece si falsificasse la formulazione di Kelvin-Planck, si potrebbe considerare come prima una macchina termica impossibile (tutto il calore assorbito si trasforma in calore) unita a una macchina termica frigorifera.

Si ottiene quindi un flusso di calore da una sorgente fredda a una calda senza che venga compiuto lavoro. Di conseguenza anche la formulazione di Clausius viene falsificata.

Si deduce quindi che, introducendo le macchine termiche, la formulazione di Clausius e quella di Kelvin-Planck sono collegate.

Questa macchina termica impossibile è equivalente anche alla falsificazione della terza formulazione per cui si dice che non è possibile esistano delle macchine termiche con efficienza al 100%.

ELETTROMAGNETISMO

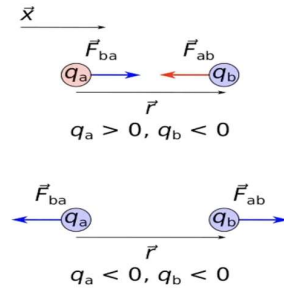
L'elettromagnetismo è una branca della fisica che studia le interazioni tra le cariche elettriche. L'interazione principe è la **forza di Coulomb**: la forza che due cariche elettriche esercitano una sull'altra in condizioni **statiche**.

$$\vec{F} = \frac{kq_1q_2}{r^2} \vec{u}_r$$

ove ci sono le cariche elettriche e la costante k si ottiene anche attraverso la costante dielettrica nel vuoto ϵ_0 , tramite la seguente formula:

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}, \quad \text{quindi si ha: } \epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} = \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-7} c^2} = \frac{10^7}{4\pi c^2} = 8.854 \cdot \frac{10^{-12} C}{Nm^2}$$

La forza di Coulomb può essere sia attrattiva (nel caso le due cariche abbiano segno diverso) sia repulsiva (con cariche dello stesso segno).



La carica elettrica è misurata in Coulomb (C) ed è espressa in termini dell'unità fondamentale della corrente elettrica, l'Ampere (A):

$$[q] = C = A \cdot s$$

Sperimentalmente si vede che la carica elettrica è quantizzata, ovvero esiste solo come multiplo intero della carica fondamentale dell'elettrone:

$$e^- = -1.6 \cdot 10^{-19} C$$

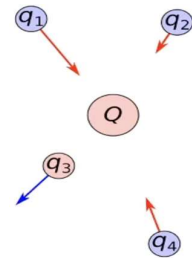
L'unità di misura della carica elettrica è il Coulomb (C), la quale però è estremamente grande e non si trova quasi mai nella quotidianità; generalmente si usano potenze di 10 molto piccole.

Il Coulomb è definito quindi come il prodotto tra l'intensità di corrente A e un tempo s.

N.B.: Qualunque carica sia presente in natura è sempre definita come un multiplo della carica dell'elettrone e^- (o del protone e^+).

Per studiare cosa succede ad un gruppo di cariche q attorno ad una carica di riferimento Q:

1. applichiamo la formula della Forza di Coulomb per ogni interazione tra carica Q di riferimento e una carica q istante per istante. è possibile ma sarebbe un processo molto lungo.
2. usiamo il CAMPO ELETTRICO.



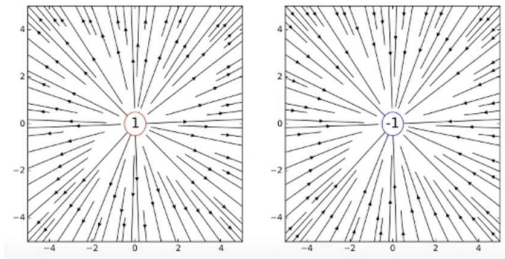
Il campo elettrico

Il campo elettrico è il rapporto tra la forza che subisce una carica di prova q ed il valore della carica stessa.

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\vec{F}(\vec{r})}{q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

In questo modo si definisce un **campo vettoriale**, che è una funzione che fornisce la forza che la carica Q può esercitare su una qualunque altra carica nello spazio.

Il campo elettrostatico può essere rappresentato attraverso delle linee di campo che sono sempre tangenti al campo stesso. In un qualunque punto, preso in vicinanza alla carica, il vettore del campo elettrostatico è sempre parallelo a queste linee di campo.



Il campo elettrico può avere linee sia con verso uscente che entrante, a seconda della carica Q.

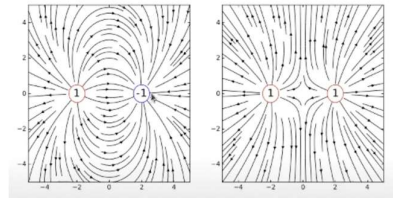
- uscite per cariche positive
- entrante per cariche negative

L'unità di misura per il campo elettrostatico è

$$\begin{aligned}
 [E] &= \frac{[F]}{[q]} = \frac{N}{C} \\
 &= \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{1}{\text{As}} \\
 &= \text{V/m}
 \end{aligned}$$

Generalmente lo si trova espresso in V/m.

Per il campo elettrico (come per quello gravitazionale) vale il **principio di sovrapposizione**: il campo di un insieme di cariche è la somma dei campi delle singole cariche.



Le linee di campo, con la presenza di due o più cariche:

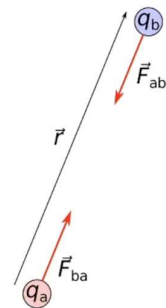
Energia potenziale

L'energia potenziale U del campo elettrostatico è il lavoro contro la forza elettrica per portare una carica q2 dall'infinito ad una distanza r0 rispetto ad una carica q1.

$$U(r_0) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_a q_b}{r_0}$$

La forza di Coulomb è una forza conservativa e quindi possiamo esprimere la legge di conservazione dell'energia: $dW = -dU$.

Ricordiamoci anche che NON dipende dal cammino compiuto, ma solo dal punto di inizio e di arrivo.



Potenziale elettrostatico

È una nuova grandezza fisica, simile al pensiero dietro al campo elettrostatico.

Il potenziale elettrostatico di una carica Q si calcola a partire dall'energia potenziale, sempre considerando una carica di prova q.

$$V(r) = \frac{U(r)}{q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}$$

L'unità di misura del potenziale è

$$[V] = \frac{[U]}{[q]} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} \frac{1}{\text{A s}} = \text{V}$$

Relazione tra lavoro e potenziale

Il lavoro per muovere una carica in due punti di un campo elettrostatico è:

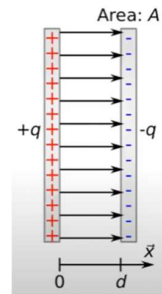
$$W = -\Delta U = -q\Delta V$$

Di solito il lavoro si misura in joule, ma visto che si sta lavorando con cariche elementari, l'unità Joule diventa troppo grande; si preferisce usare quindi l' elettronvolt: corrispondente all'energia che si ottiene accelerando la carica elementare di 1 V.

$$1 \text{ eV} = -e^- \Delta V = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1 \text{ V} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

I CONDENSATORI

Il condensatore è un elemento circuitale utilizzato moltissimo in elettronica per la sua capacità di accumulare carica e di rilasciarla nel tempo. È costituito da una coppia di conduttori accoppiati ed isolati l'un l'altro, sulle cui lamine si può accumulare carica, una tutta in positivo e l'altra in negativo. I due elementi vengono chiamati armature, e tra di essi si va a creare un campo elettrico. Esso è approssimativamente costante lungo l'altezza, ad esclusione dei bordi.



La relazione tra il campo elettrico interno e la differenza di potenziale tra le armature è:

$$V = E_{int}d$$

La quantità di carica accumulata tra le due armature del condensatore viene descritta dalla formula seguente:

$$q = \frac{\epsilon_0 A}{d} V = CV$$

Tale formula mette in relazione la differenza di potenziale tra le armature e la carica accumulata, ed è valida solo qualora vi sia il vuoto tra le armature: in presenza di un altro valore isolante la costante cambia.

L'unità di misura della capacità dei condensatori è il Farad, definita come il rapporto fra coulomb e volt.

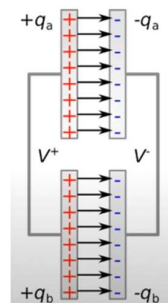
$$[C] = \frac{C}{V} = F$$

Esempio pratico: il sistema dei touch screen capacitivi è composto da metà di un condensatore, mentre il dito funge da secondo elemento necessario per costruire la coppia. Nel momento in cui le due armature si uniscono il sistema percepisce la formazione della coppia ed elabora l'informazione.

Condensatori in serie ed in parallelo

È possibile collegare le piastre di due condensatori, facendole diventare di fatto un unico conduttore.

Se queste piastre sono unite **in parallelo**, è possibile dimostrare che la capacità equivalente del sistema è data dalla somma delle capacità dei singoli condensatori che lo compongono.



1. Le cariche accumulate sulle piastre saranno:

$$q_a = C_a \Delta V$$

$$q_b = C_b \Delta V$$

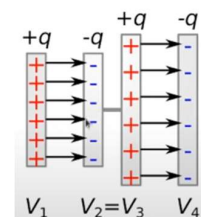
2. La carica Q totale sarà quindi:

$$Q = q_a + q_b = (C_a + C_b) \Delta V = C_{eq} \Delta V$$

3. Immaginando quindi che i due condensatori siano sostituiti da un unico condensatore, questo avrebbe capacità equivalente C_{eq} pari a:

$$C_{eq} = C_a + C_b$$

Diversamente, se si collegano più condensatori **in serie**, le piastre tra di essi saranno allo stesso potenziale, perché sono un unico conduttore. Le cariche accumulate sulle piastre saranno uguali tra loro, perché non sono fisicamente connesse con le piastre esterne e quindi la carica totale si deve conservare. Essendo la carica iniziale nulla



anche dopo che il condensatore è stato caricato. La capacità di un condensatore equivalente sarà uguale a:

$$C_{eq} = \frac{Q}{\Delta V_{4,1}} = \frac{Q}{\Delta V_{4,3} + \Delta V_{2,1}}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{\Delta V_{4,3}}{Q} + \frac{\Delta V_{2,1}}{Q} = \frac{1}{C_a} + \frac{1}{C_b}$$

CORRENTI E CIRCUITI

Intensità di corrente elettrica

Fino ad ora si è sempre parlato di elettrostatica, ovvero si è sempre assunto che le cariche elettriche prese in considerazione fossero ferme, se noi dovessimo avere un movimento di cariche elettriche allora dovremmo andare ad introdurre una nuova grandezza fisica chiamata **intensità di corrente elettrica (I)**. L'intensità di corrente elettrica è definita come la quantità di carica elettrica che passa attraverso una superficie per una certa unità di tempo:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

Trattandosi di una quantità che passa per una superficie per una quantità di tempo, si può definire anche in questo caso un'**intensità di corrente media** oppure un'**intensità di corrente istantanea**.

Poiché le cariche elettriche possono essere sia positive che negative, l'intensità di corrente elettrica viene convenzionalmente definita positiva se si segue il moto delle cariche elettriche positive e negativa se si segue il moto delle cariche elettriche negative. Questa è però soltanto una convenzione, si può pertanto decidere di prendere come riferimento le cariche elettriche negative ed invertire il segno dell'intensità di corrente purché si utilizzi sempre lo stesso riferimento con coerenza.

Passando all'**analisi dimensionale** si evidenzia che l'intensità di corrente corrisponde alla carica elettrica in Coulomb diviso il tempo in secondi; essendo la carica elettrica definita proprio per mezzo dell'intensità di corrente, semplificando ci rimane semplicemente l'unità di misura dell'intensità di corrente elettrica, ovvero l'**Ampere**, che è una delle unità fondamentali del sistema internazionale.

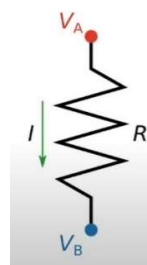
$$[I] = \frac{[q]}{[t]} = \frac{C}{s} = \frac{A \cdot s}{s} = A$$

Una volta introdotto il concetto di corrente elettrica possiamo andare a studiare le sue **applicazioni** ovvero possiamo andare a studiare i **circuiti elettrici**.

Una delle leggi fondamentali che regolano il funzionamento dei circuiti elettrici è la **legge di Ohm** che ci dice che, per una certa classe di materiali (non è quindi una legge valida per tutti i materiali), se è presente una corrente che attraversa il materiale, ai capi del materiale si vede sperimentalmente una differenza di potenziale. Di conseguenza se noi andiamo ad applicare una differenza di potenziale ai capi di un materiale tra quelli individuati da Ohm, possiamo individuare una corrente che attraversa il materiale. Questa relazione è descritta per mezzo di una semplice formula:

$$V_B - V_A = \Delta V = IR$$

La differenza di tensione ai capi della resistenza (per resistenza si intende l'elemento costituito da questi materiali particolari) è direttamente proporzionale all'intensità di corrente che passa attraverso di essa, la costante di proporzionalità viene detta **resistenza (R)** del materiale preso in considerazione.



Si ribadisce che la legge di Ohm è valida solo per alcuni materiali detti **materiali ohmici** per cui si è sperimentalmente verificata l'applicabilità della legge.

L'unità di misura del coefficiente di proporzionalità tra tensione e corrente, ovvero della resistenza, è detta Ohm (Ω) ed è definita come il rapporto tra Volt e Ampere:

$$[R] = \frac{[V]}{[I]} = \frac{V}{A} = \frac{Kg m^2}{As^3} = A$$

Circuiti elettrici

I circuiti elettrici sono dei sistemi fisici in cui una carica elettrica può fluire in modo continuo. I componenti che possono costituire un circuito elettrico sono tantissimi ma ne verranno considerati solo alcuni:

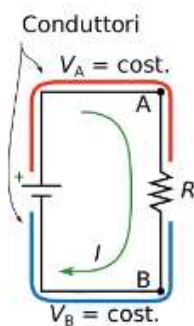
- Generatori di tensione
- Resistenze
- Condensatori

I **generatori di tensione** sono elementi circuitali che per una qualche loro proprietà fisica sono in grado di compiere una certa quantità di lavoro andando ad indurre il movimento delle cariche elettriche perché sono in grado di generare una differenza di potenziale costante nel tempo.

Le **resistenze** sono altri elementi circuitali (in genere soddisfano la legge di Ohm) che limitano il passaggio della corrente e dissipano energia sotto forma di calore. Le resistenze dissipano corrente perché, se si considera la legge di Ohm, si nota che tanto più grande è il valore della resistenza, tanto più piccolo deve essere il valore della corrente che passa attraverso la resistenza stessa a parità di differenza di potenziale. Per limitare il passaggio della corrente tra due punti con una certa differenza di potenziale basterà aumentare la resistenza.

I **condensatori** invece sono degli elementi circuitali utilizzati per accumulare carica che poi possono cedere ad esempio per stabilizzare correnti.

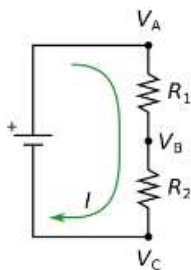
Analisi di circuiti elettrici elementari



Si consideri un semplice circuito costituito da un generatore, da dei conduttori e da una resistenza. Il circuito elettrico è un sistema fisico che deve essere un circuito **chiuso**. I conduttori vengono considerati **conduttori ideali** quindi si assume che non abbiano resistenza e che semplicemente lascino fluire la corrente su di loro senza ostacolarla mantenendo la stessa differenza di potenziale.

Il generatore di tensione del circuito fornisce una differenza di potenziale costante nel tempo ai capi del conduttore inferiore e superiore. Se c'è differenza di potenziale ai due capi della resistenza si avrà una corrente che fluirà attraverso la resistenza. Questa corrente è determinabile attraverso la legge di Ohm:

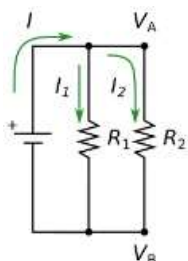
$$I = \frac{V_{gen}}{R}$$



Si consideri ora un circuito con due resistenze poste in serie. Abbiamo bisogno di determinare la **resistenza equivalente** alle due resistenze in serie, ovvero la resistenza che dobbiamo porre nel circuito per sostituire le due resistenze presenti con una sola resistenza. Si può dimostrare che la resistenza equivalente di un sistema di due (o più) resistenze in serie è pari alla somma delle resistenze presenti.

$$R_{eq} I = V_A - V_C$$

$$R_{eq} = \frac{V_A - V_C}{I} = \frac{V_A - V_B + V_B - V_C}{I} = \frac{V_A - V_B}{I} + \frac{V_B - V_C}{I} = R_1 + R_2 = \sum_i R_i$$



Per le resistenze in parallelo vale che l'inverso della resistenza equivalente di due o più resistenze poste in parallelo sarà la somma dell'inverso delle resistenze:

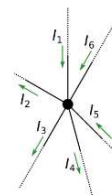
$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_i \frac{1}{R_i}$$

Si ricorda che per i condensatori posti in serie, invece, vale l'opposto, ovvero vale che l'inverso della **capacità equivalente** delle capacità poste in serie è la somma dell'inverso delle capacità singole. Nel caso di condensatori posti in parallelo la capacità equivalente sarà la somma delle singole capacità.

Le leggi fondamentali che descrivono il comportamento dei circuiti elettrici

Per i circuiti visti fino ad ora non è servito fare troppi ragionamenti per calcolare differenze di potenziale e corrente ma se si considerano circuiti più complessi diventa più complicato andare a ragionare su quello che succede quindi c'è bisogno di applicare le cosiddette **leggi di Kirchhoff** per poter studiare le proprietà dei circuiti.

La **prima legge di Kirchhoff o legge di Kirchhoff delle correnti** afferma che, se si considera il nodo di un circuito, la somma di tutte le correnti che entrano o escono dal nodo deve essere nulla. Un nodo è un punto in cui vanno ad incontrarsi più elementi del circuito, più fili. Ciò significa che, se c'è una certa quantità di corrente che entra nel nodo questa quantità di corrente deve essere pari alla quantità di corrente che esce dal nodo.



$$\sum_i I_i = 0$$

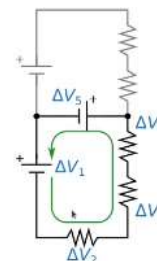
Questa legge comporta che la carica elettrica deve conservarsi, non è possibile creare carica elettrica dal nulla, istante per istante tanta carica elettrica entra nel nodo tanta ne esce. I nodi non sono elementi dei circuiti che possono accumulare carica elettrica, nel caso dei condensatori invece è possibile accumulare carica ma ciò significa accumulare cariche elettriche di segno opposto nelle due armature del condensatore quindi comunque non si crea carica elettrica dal nulla.

La **seconda legge di Kirchhoff o legge di Kirchhoff delle tensioni** permette di andare a studiare le differenze di potenziale tra gli elementi circuitali in una maglia di un circuito. La legge afferma che, se noi consideriamo una sola maglia del circuito, la somma orientata di tutte le tensioni lungo questa linea chiusa deve essere nulla.

$$\sum_i \Delta V_i = 0$$

Fare la somma orientata delle tensioni significa partire da un nodo del circuito e sommare tutte le differenze di potenziale seguendo la linea della maglia, va mantenuto il percorso della maglia, non si può tornare indietro lungo la maglia altrimenti i segni delle differenze di potenziale sarebbero errati.

La **maglia** di un circuito consiste in un percorso chiuso all'interno del circuito elettrico che non può mai passare più di una volta nello stesso ramo del circuito.



Il generatore di tensione

Lavoro di un generatore di tensione

Per studiare il **lavoro** compiuto da un generatore di tensione bisogna capire come fa un generatore di tensione a mantenere una differenza di potenziale costante ai suoi capi. Un generatore di tensione trasporta cariche da una zona a basso potenziale verso una zona ad alto potenziale, cosa che le cariche normalmente non possono fare perché tendono ad andare da una zona ad alto potenziale verso una a basso potenziale.

La quantità di lavoro che un generatore compie in questo processo è pari alla differenza di tensione che c'è ai capi del condensatore moltiplicata per la quantità di carica trasportata da una regione all'altra.

$$dW = -dU = -(U_A - U_B) = V_B dq - V_A dq = \Delta V dq = V_{gen} dq$$

Potenza di un generatore di tensione

Una volta definito il lavoro compiuto da un generatore di tensione possiamo anche definirne la potenza generata. La **potenza** corrisponde alla derivata nel tempo della quantità di lavoro compiuta, ovvero alla quantità di lavoro compiuta nell'unità di tempo. Risolvendo la derivata si ottiene che la potenza di un generatore di tensione non è altro che il prodotto della corrente che riesce a produrre per la differenza di potenziale che riesce a mantenere.

$$P_{gen} = \frac{dW}{dt} = \frac{d(V_{gen} q)}{dt} = q \frac{d}{dt}(V_{gen}) + \Delta V \frac{dq}{dt} = I \Delta V$$

L'unità di misura della potenza, come anche negli altri casi già visti, è il Watt (W)

$$[P] = [V][I] = \frac{Kg m^2}{As^3} A = W$$

Effetto Joule

Se un generatore riesce ad erogare una certa quantità di lavoro e quindi di potenza in un'unità di tempo, questa quantità di potenza, per la legge di conservazione dell'energia, deve essere dissipata da qualche parte altrimenti la potenza rimarrebbe all'interno del circuito. Per dissipare la potenza si vede sperimentalmente che si possono utilizzare le resistenze elettriche. Le resistenze elettriche dissipano energia elettrica sotto forma di energia termica e la quantità di energia termica prodotta nell'unità di tempo può essere calcolata applicando la legge di Ohm alla formula ottenuta per la potenza.

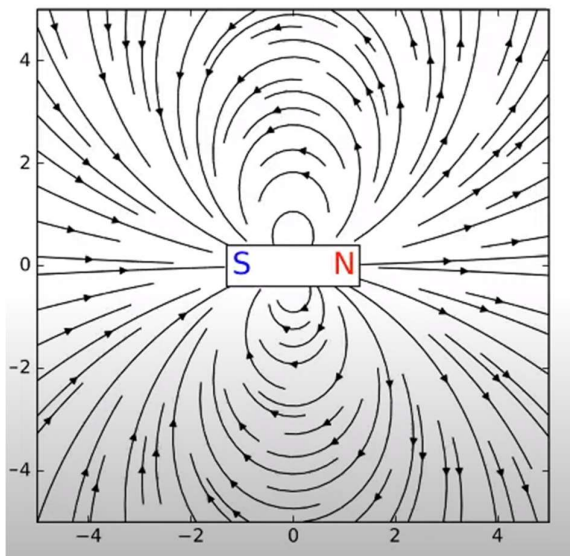
La potenza che deve dissipare la resistenza collegata al generatore deve essere uguale a quella del generatore e quindi è uguale all'intensità di corrente per la differenza di potenziale ai capi della resistenza, se si sostituisce poi la legge di Ohm ($\Delta V = IR$) si ottiene:

$$P_{res} = I V(I) = I^2 R = \frac{V^2}{R}$$

Ci sono quindi due relazioni che descrivono la **potenza dissipata dalla resistenza**.

Questa forma di dissipazione dell'energia delle resistenze viene chiamata **effetto Joule** perché si tratta di un effetto fisico che permette di trasformare un'energia elettrica in energia termica. Questo effetto può essere sia un vantaggio che uno svantaggio a seconda delle situazioni: in genere in un circuito dissipare energia termica è considerato uno svantaggio perché, ad esempio in un circuito che funziona a batteria, ciò significa perdere l'energia accumulata nella batteria; d'altro canto questo effetto può essere sfruttato per scaldare altri oggetti, ad esempio i forni elettrici si basano sul principio del riscaldamento per effetto Joule, hanno una resistenza all'interno attraverso cui viene fatta passare della corrente elettrica in modo che la resistenza si scaldi.

CAMPO MAGNETICO

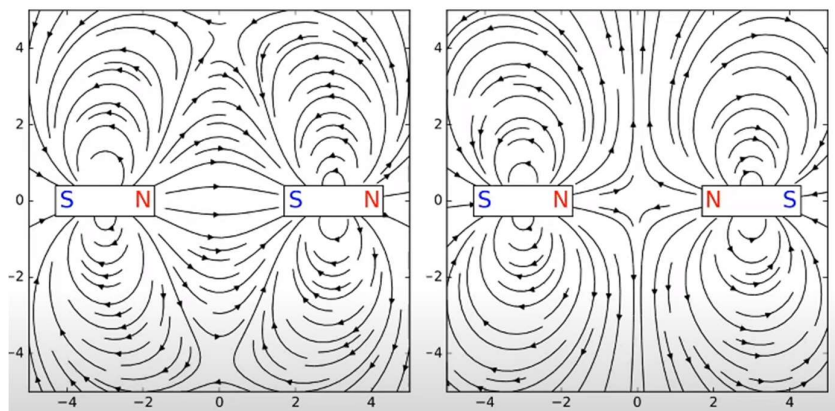


Oltre alle forze elettrostatiche in natura si vedono le forze magnetiche, le quali si esercitano tra particolari materiali (calamite e materiali ferromagnetici, come ferro, acciaio e altri).

Il campo magnetico si forma attorno ad una calamita e più elementi magnetizzati possono interagire in base a come sono orientati.

Una importante differenza rispetto al campo elettrostatico è che **non esistono monopoli magnetici isolati**, solo dipoli (ad esempio le calamite). Le linee del campo magnetico sono sempre chiuse (mai a raggera uscenti da un unico punto).

Le calamite sono dipoli magnetici: possono attrarsi e respingersi reciprocamente; due calamite disposte nella stessa direzione si attraggono (polo nord attratto dal polo sud), se invece si mettono in direzione opposta i poli uguali si respingono. Ciò comporta che i dipoli magnetici tendono ad orientarsi nella stessa direzione (ad esempio la bussola)

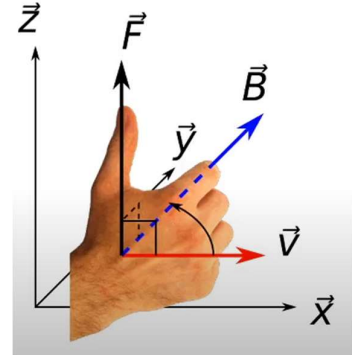


Forza di Lorentz

Sperimentalmente, il campo magnetico è capace di applicare una forza (Forza di Lorentz) sulle cariche elettriche, ma solo se le cariche elettriche sono in movimento, immerse in un campo magnetico.

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Essendo un prodotto vettoriale, il risultato è un vettore ortogonale ai due vettori iniziali; perciò, la forza sarà sempre ortogonale alla velocità (v) e al campo magnetico (B).



- Tanto più intenso è il campo magnetico, tanto più intensa è la forza che subisce
- Tanto più velocemente si muove la carica, tanto più forza subisce la carica
- Tanto più grande è la carica, tanto più forza subisce

Per determinare la direzione del vettore forza risultante si usa la **legge della mano destra**: le dita in direzione della velocità e si ruota verso il vettore del campo magnetico, il pollice indica il vettore della forza risultante.

Si sfrutta la forza di Lorentz per determinare una definizione operativa del campo magnetico:

$$F = qvB \rightarrow B = \frac{F}{qv}$$

Se la carica è ferma questa formula non si può usare.

Si può usare la formula per determinare l'unità di misura del campo magnetico. Si scopre che l'unità di misura è:

$$[B] = \frac{[F]}{[q][v]} = \frac{N}{C \cdot m/s} = \frac{N}{A \cdot m} = 1T$$

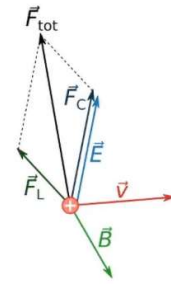
L'unità di misura è detta **Tesla**, si usa spesso **Gauss** che è definito come:

$$1G = 1 \cdot 10^{-4}T$$

Per esempio, le classiche calamite che si usano nella quotidianità, hanno un campo magnetico di qualche decina di Gauss, mentre solo certe calamite molto intense utilizzate per altri scopi possono arrivare all'ordine del Tesla.

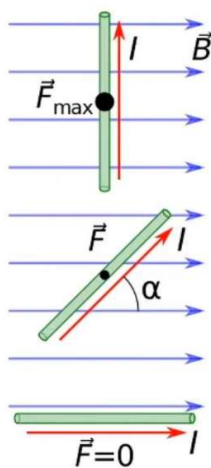
Unendo la forza di Lorentz con la forza di Coulomb, si può definire la forza totale che può agire su una carica elettrica che è la somma vettoriale di questi due vettori.

$$\begin{aligned} F_{\text{tot}} &= \vec{F}_C + \vec{F}_L \\ &= q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} \\ &= q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \end{aligned}$$



dove F_C è la forza di Coulomb mentre F_L è la forza di Lorentz.

Filo attraversato da corrente



Un filo attraversato da corrente è concettualmente uguale a delle cariche in movimento e, quindi esso subirà una certa forza dovuta al campo magnetico in cui è immerso. La direzione della forza sarà sempre data dalla formula della forza di Lorentz. In questo caso, però, la forza che subisce il filo è data dal prodotto vettoriale del vettore che descrive la lunghezza del filo (L) per il campo magnetico (B) per la corrente (I):

$$\vec{F}_{\text{tot}} = I\vec{L} \times \vec{B}$$

Dunque, maggiore è la corrente che attraversa il filo, maggiore sarà la forza che esso subisce.

NB: il prodotto vettoriale tra L e B indica che il filo, a seconda di come è orientato rispetto a B , può subire più o meno forza. In particolare: se esso è perpendicolare a $B \rightarrow$ forza massima, se esso è parallelo a $B \rightarrow$ forza nulla.

Questo concetto è di rilevante importanza perché è proprio su questo principio che si basano i motori elettrici: essi hanno una serie di spire percorse da corrente immerse in un campo magnetico che cominciano a muoversi e mettono in funzione i macchinari.

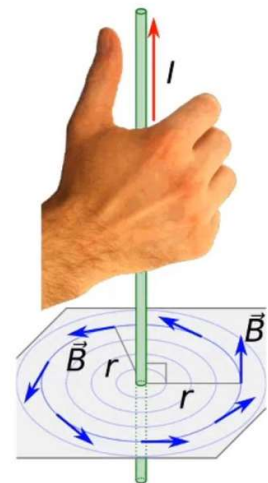
Legge di Biot-Savart

Inoltre, un filo attraversato da corrente è in grado di generare un campo magnetico a sua volta: ciò significa che non serve necessariamente un'oggetto simile alla calamita per produrre un campo magnetico, ma basta una corrente. Supponendo che la lunghezza di un filo sia ∞ , si può ricavare il campo magnetico generato dalla corrente delle cariche attraverso la legge di Biot-Savart:

$$B(r) = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r}$$

dove μ_0 è una costante detta "permeabilità magnetica nel vuoto", r è la distanza dal filo mentre I è la corrente che lo attraversa. Si può notare che r , stando a denominatore, indica che più ci si allontana dal filo, più B è di minore intensità.

Le linee di campo generate dal filo sono circolari concentriche attorno ad esso e sono posizionate perpendicolarmente al filo. La direzione del campo magnetico è dettata dalla legge della mano destra (pollice sul vettore corrente, la chiusura della altre dita specchierà il modo in cui è diretto il campo magnetico).



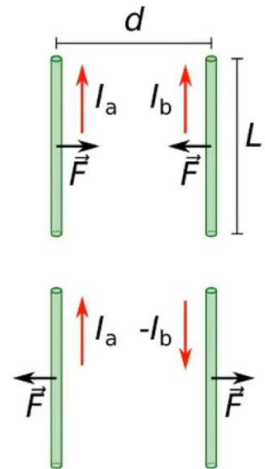
Forza di Ampere

Dato che le cariche in movimento subiscono una forza indotta dal campo magnetico e un filo attraversato da una certa quantità di corrente produce un campo magnetico, avendo due fili attraversati da corrente si ottiene un'interazione tra di loro, questi producono entrambi una forza di Lorentz che agisce reciprocamente uno sull'altro.

Questa particolare forza tra i due campi magnetici è chiamata **forza di Ampere** ed è data dal prodotto della lunghezza dei fili ($l_a l_b$) per la legge di Biot-Savart e l'intensità della corrente (I) che li attraversa:

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{L l_a l_b}{d}$$

Se i due fili sono paralleli tra di loro e le correnti scorrono nello stesso verso (concordi) allora i due fili tenderanno ad attrarsi, mentre, se le correnti hanno verso opposto (discordi), i fili si respingeranno.

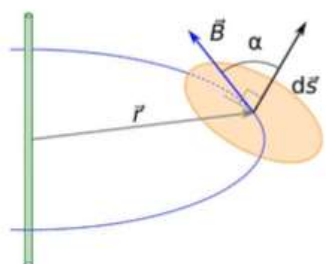


INDUZIONE ELETTROMAGNETICA

L'induzione elettromagnetica è un argomento dell'elettromagnetismo che è molto complesso e in queste lezioni sarà molto riassunto. Il fine di queste lezioni è quindi quello di favorire il ripasso.

Flusso del campo magnetico

Per parlare di induzione elettromagnetica c'è bisogno di introdurre una nuova grandezza fisica chiamata **flusso del campo magnetico**. Considerando un qualsiasi campo vettoriale, è possibile calcolare il flusso del campo vettoriale attraverso una superficie calcolando il prodotto tra campo vettoriale e superficie.



Prendendo come esempio un filo percorso da corrente che genera un campo magnetico che avrà linee di campo circolari, considerando una qualche superficie ad una certa distanza dal filo, è possibile calcolare il flusso del campo attraverso la superficie facendo il prodotto scalare tra il vettore che descrive il campo magnetico e il vettore che descrive la superficie:

$$d\Phi = \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

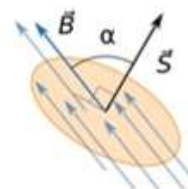
La superficie considerata può essere una superficie qualunque, può essere piana, curva, sferica, chiusa, ...

La caratteristica del flusso del campo magnetico è che **il flusso del campo magnetico attraverso una superficie chiusa sarà sempre nullo** perché le linee di campo del campo magnetico sono sempre chiuse su loro stesse quindi ci saranno tante linee di campo che entrano nella superficie quante che ne escono. Se consideriamo invece una superficie aperta il flusso potrà prendere valori diversi.

L'unità di misura del flusso del campo magnetico è facilmente determinabile se si osserva il caso più semplice: campo magnetico uniforme con flusso attraverso una superficie piana.

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS \cos \alpha$$

B indica la magnitudine del campo magnetico, S l'area della superficie e α l'angolo tra vettore normale alla superficie e vettore del campo magnetico. Si osserva che, se α vale 0° (campo magnetico perpendicolare alla superficie) allora il **flusso** sarà **massimo** perché sarà pari semplicemente al prodotto tra valore del campo e area della superficie; mentre se α vale 90° (campo magnetico parallelo alla superficie) il coseno sarà pari a zero e il **flusso** sarà **minimo** ovvero anch'esso pari a zero.



Il flusso del campo magnetico è una grandezza fisica così importante da avere una sua unità di misura che è il **Weber (Wb)**. L'analisi dimensionale è:

$$[\Phi] = [B][S] = \frac{[M][L]^2}{[t]^2[I]} = Tm^2 = Wb$$

In questa analisi dimensionale M indica la massa, L indica la lunghezza, t il tempo, I l'intensità di corrente e T la magnitudine del campo magnetico.

Il concetto di flusso è un concetto estremamente astratto che richiede del tempo per essere assimilato. Introdurre il concetto di flusso del campo magnetico è importante perché permette di determinare la legge che descrive l'induzione elettromagnetica.

Legge di Faraday

Prendendo una spira di area A costruita di un materiale conduttore, se viene applicata una variazione di flusso di campo magnetico attraverso di essa, viene indotta una **forza elettromotrice fem** (corrente elettrica) lungo il circuito chiuso dell'“anellino” metallico.

Sulla base di questo fenomeno, sono stati inventati i generatori elettrici di tensione di corrente, formati appunto da una certa quantità di spire metalliche conduttive sottoposte ad un campo magnetico variabile.

La **legge di Faraday** mette direttamente in relazione il campo magnetico con il campo elettrico, e dice che: dato il flusso di campo magnetico ϕ_B su di una superficie non chiusa definita da un circuito conduttore, vale la seguente formula:

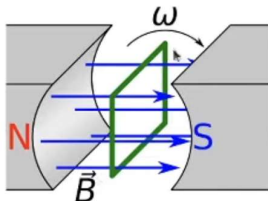
$$\varepsilon = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

Ove ε è detta forza elettromotrice f.e.m. e si misura in volt.

Sebbene sia chiamata “forza”, la f.e.m. rappresenta una differenza di potenziale che induce il movimento di cariche lungo il circuito.

Il segno negativo dipende dalla legge di Lenz, ed informa che la forza elettromotrice indotta dalla variazione del flusso del campo magnetico ha la caratteristica di indurre una corrente che a sua volta genera un secondo campo magnetico **opponente** al campo magnetico descritto inizialmente, cercando di mantenere l'omeostasi.

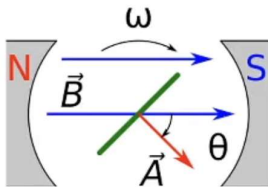
Adesso facciamo un esempio.



In una situazione di questo tipo c'è un campo magnetico B uniforme e costante, e all'interno una spira di area A ; questa ruota con una direzione ortogonale a quella del campo magnetico e ad una velocità angolare costante ω .

- Per calcolare il **flusso** del campo magnetico lungo questa spira usiamo la formula (vista in precedenza):

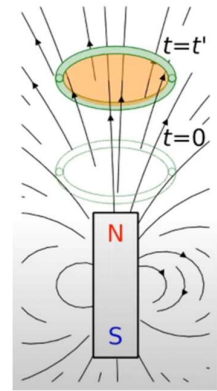
$$\Phi_B(t) = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA \cos \theta = BA \cos(\omega t)$$



NB: Se questa spira si muove di moto circolare uniforme, vuol dire che l'angolo di orientazione di questa spira rispetto al campo magnetico sarà pari alla sua velocità angolare per il tempo (ωt).

- Invece, per trovare la forza elettromotrice **f.e.m.** dobbiamo calcolare la derivata del flusso rispetto al tempo (ovvero la derivata del coseno di ωt).

$$\begin{aligned} \varepsilon &= -\frac{d\Phi_B}{dt}(t) = -BA \frac{d}{dt} \cos(\omega t) \\ &= \omega BA \sin(\omega t) \end{aligned}$$



Notiamo quindi come la forza elettromotrice dipenda dal seno, e non più dal coseno, dell'angolo. Questo significa che la f.e.m. sarà indotta in un verso o nell'altro alternativamente, in funzione del termine ' ωt ', e noi avremmo quindi una **forza elettromotrice alternata, che muove le cariche in due direzioni opposte**.

- Inserendo una qualche resistenza in questo circuito possiamo andare a calcolare la **corrente** indotta all'interno della spira, dividendo la f.e.m. per la resistenza (Legge di Ohm).

$$I = \frac{\mathcal{E}(t)}{R} = \frac{\omega BA}{R} \sin(\omega t)$$

Il risultato sarà una corrente alternata all'interno della spira, che alternativamente si muove in due versi opposti.

L'**Intensità massima** di questa corrente dipende dal fattore: $\omega BA/ R$ poiché nel caso massimo il seno dell'angolo è uguale ad 1.

Come si induce più corrente?

- aumentando la velocità angolare della spira
- intensificando il campo magnetico (B maggiore)
- aumentando l'area A della spira.

APPENDICE

[N.d.S.: La seguente parte è stata aggiunta per colmare il programma ai fini del test di ammissione e si riferisce ad un video, non facente del parte del ciclo di lezioni del Prof. Fontana, creato per il completamento del programma ministeriale].

OTTICA

L'ottica è la branca della fisica che si occupa dello studio della luce e di come essa si propaghi attraverso l'universo. La fisica studia la luce attraverso due modelli: l'ottica geometrica (modello semplificato) e l'ottica fisica (modello più complesso).

Ottica Geometrica

L'ottica geometrica prevede che la luce si propaghi attraverso dei raggi che vengono approssimati a rette. Tale modello è realizzabile quando la sorgente è abbastanza grande rispetto al sistema di riferimento e i raggi sono liberi di propagarsi senza ostacoli che ostruiscono il passaggio.

I fenomeni luminosi che possono essere spiegati con l'ottica geometrica sono:

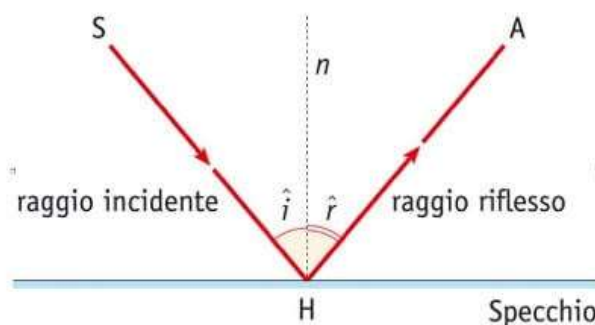
- Riflessione
- Rifrazione

Riflessione

La riflessione è il fenomeno che spiega il perché un fascio di luce che colpisce una superficie, detta riflettente, come quella di uno specchio crea un'immagine.

L'immagine a lato spiega in maniera sperimentale il fenomeno della riflessione:

- Se si proietta un raggio di luce, ad esempio con una torcia, su uno specchio questo verrà riflesso;
- Se, inoltre, si traccia la retta perpendicolare allo specchio nel punto d'incidenza del raggio si individua un angolo tra questa e il raggio incidente;
- Sperimentalmente si può misurare tale angolo ed osservare che la sua ampiezza è la stessa dell'angolo che si individua tra la stessa perpendicolare e l'angolo riflesso.



Quest'esperimento, perciò, è in grado di codificare le due leggi che regolano il fenomeno della riflessione:

- Il raggio incidente, la perpendicolare alla superficie e il raggio riflesso giacciono sullo stesso piano.
- L'angolo di incidenza e l'angolo di riflessione hanno la stessa ampiezza.

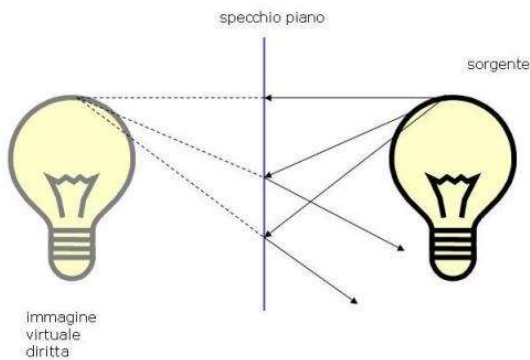
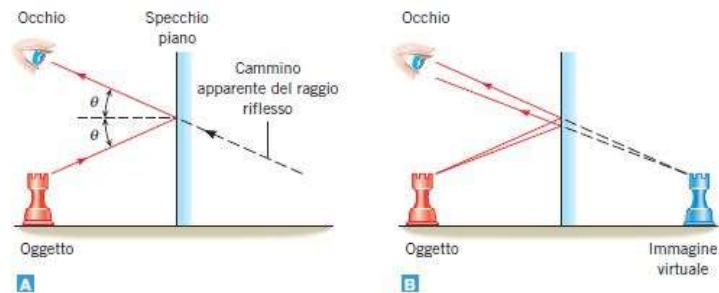
Specchi

Si è detto che il fenomeno della riflessione avviene solo se la superficie sulla quale il raggio luminoso incide un angolo ha proprietà riflettenti; tali caratteristiche sono tipiche degli specchi, oggetti studiati e realizzati con materiali tali da permettere il massimo potere riflettente.

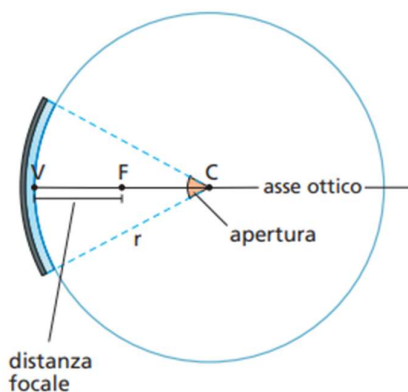
Quando si studia la riflessione su uno specchio è interessante valutare l'ingrandimento o il rimpicciolimento dell'immagine riflessa e la sua natura (immagine reale o virtuale). Per fare ciò, comunque, è necessario effettuare una prima distinzione tra le varie tipologie di specchi.

- ❖ **Specchi piani:** gli specchi piani si ottengono posizionando una superficie riflettente lungo un piano ortogonale alla linea di terra. Si tratta del tipo di specchio più usato dall'uomo non che del più semplice da comprendere.

La luce, incidendo sempre in linea retta, crea un angolo che verrà poi riflesso, con le leggi già citate della riflessione, al di qua dello specchio. Il raggio riflesso, tuttavia, proietta un cammino apparente al di là dello specchio creando la tipa immagine riflessa che si vede su di esso. L'immagine che si crea sarà, perciò, virtuale (quando si crea al di là dello specchio è sempre virtuale), simmetrica rispetto all'originale, ma capovolta se si considerano la destra e la sinistra.



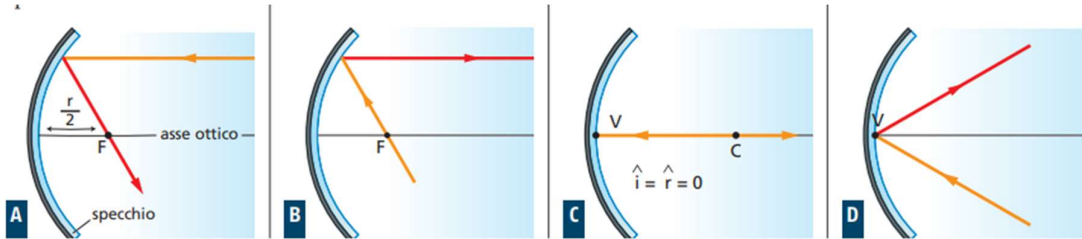
- ❖ **Specchi curvi:** gli specchi curvi, definiti anche specchi parabolici, hanno una fisica più complessa che ne descrive il funzionamento.



Tali specchi si ottengono dal profilo di una sfera ideale, ed hanno una risoluzione ben definita solamente se l'angolo al vertice C, che definisce l'apertura della curvatura, è piccolo. In questi specchi sono importanti i seguenti parametri:

- Il raggio dello specchio, la sua misura corrisponde al raggio della sfera d'origine.
- L'asse ottico, l'asse che passa per il centro della sfera e determina un punto nello specchio, il vertice.
- La distanza focale, la misura che va dal vertice ad un punto F detto fuoco, che si individua sull'asse ottico e che ha una misura pari a $f = \frac{r}{2}$

Proprio il fuoco è uno dei punti di maggior importanza degli specchi curvi poiché in esso convergono tutti i raggi riflessi, qual ora le rette incidenti siano parallele all'asse ottico. Se, invece, il raggio incide passando per il fuoco verrà riflesso parallelo all'asse ottico, mentre quando il raggio passa per l'asse ottico verrà riflesso su sé stesso. Infine, quando il raggio incidente colpisce il vertice dello specchio, la riflessione avrà un comportamento identico a quella che si ha su uno specchio piano.



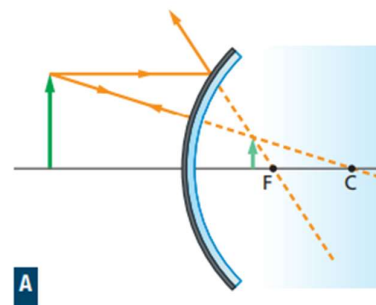
A seconda che il fuoco si trovi dalla parte dell'oggetto che viene riflesso o all'opposto, gli specchi curvi si definiscono concavi o convessi e hanno diversi comportamenti in base al tipo di immagine creata e alle sue dimensioni in base a dove è posto l'oggetto da riflettere e che sono riassunti nelle seguenti tabelle.

[Nota: Si ricorda che per disegnare l'immagine riflessa di uno specchio curvo il metodo più semplice è quello di far partire due raggi dalla sommità dell'oggetto, uno parallelo all'asse ottico e uno passante per il centro, che viene riflesso su sé stesso. L'intersezione dei raggi riflessi rappresenta la sommità dell'immagine riflessa].

IN UNO SPECCHIO CONCAVO		
Posizione dell'oggetto	Immagine	Schema
Oltre il centro	Reale, capovolta, rimpicciolita	
Tra il centro e il fuoco	Reale, capovolta, ingrandita	
Tra il fuoco e lo specchio	Virtuale, diritta, ingrandita	

Specchi sferici convessi

► Gli specchi sferici *convessi* hanno il centro e il fuoco dalla parte opposta a quella da cui provengono i raggi di luce. Perciò l'immagine che si ottiene è sempre virtuale e rimpicciolita.



Esiste, comunque, la possibilità di determinare algebricamente se l'immagine sia virtuale o reale e a che distanza dallo specchio si posizioni.

Conoscendo la distanza focale f e la distanza p tra l'immagine da riflettere e lo specchio è possibile determinare q , ovvero la distanza dell'immagine riflessa, con la legge dei punti coniugati:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

Dalla quale: $\frac{1}{q} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p}$

Negli specchi concavi $f > 0$ per convenzione, per cui se $q > 0$ l'immagine è reale. Negli specchi convessi, invece, essendo $f < 0$ l'immagine sarà sempre virtuale.

Conoscendo, inoltre, i parametri p e q è possibile definire il fattore di ingrandimento ovvero il fattore

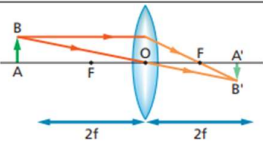
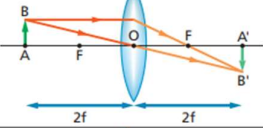
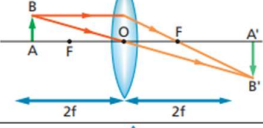
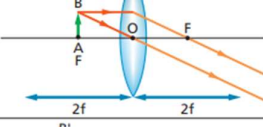
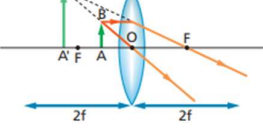
moltiplicativo che indica di quanto si aumenta o si riduce l'immagine creata dalla riflessione:

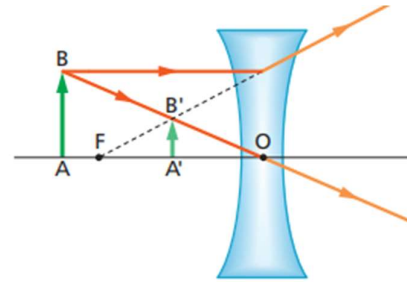
$$G = \frac{q}{p}$$

Lenti sottili

Le lenti sono un sistema di due superfici riflettenti che permettono di ottenere immagini ingrandite o rimpicciolite. Possono essere convergenti, fanno convergere i raggi nel proprio fuoco, o divergenti, fanno divergere dal fuoco un fascio di raggi paralleli all'asse ottico.

Le tabelle sottostanti descrivono il comportamento di riflessioni delle lenti.

IMMAGINI IN UNALENTE SOTTILE CONVERGENTE		
Posizione dell'oggetto	Immagine	Schema
Oltre il doppio della distanza focale	Reale, capovolta, rimpicciolita	
Doppio della distanza focale	Reale, capovolta, della stessa dimensione	
Tra il fuoco e il doppio della distanza focale	Reale, capovolta, ingrandita	
Nel fuoco	Nessuna immagine	
Tra la lente e il fuoco	Virtuale, dritta, ingrandita	



Nelle lenti divergenti, l'immagine è sempre virtuale, dritta e rimpicciolita.

Anche per le lenti valgono la legge dei punti coniugati e il calcolo del coefficiente di ingrandimento.

Rifrazione

Il secondo fenomeno spiegabile con l'ottica geometrica è la rifrazione. Tale fenomeno è osservabile quando si pone un oggetto, ad esempio un cucchiaio, in acqua, osservando bene si osserva come questo appare piegato.

La spiegazione di tale fenomeno è riscontrabile nell'immagine a lato: quando la luce si propaga in due mezzi diversi, come ad esempio aria ed acqua, lo fa con velocità differenti. Per cui anche gli angoli che si creano con la verticale della superficie di separazioni saranno diversi, a differenza di quanto accade nella riflessione.

I diversi valori della velocità della luce nei vari mezzi sono normalizzati con il valore della velocità nel vuoto; da questi calcoli si ottengono gli indici di rifrazione (n) che mediante la legge di Snell-Cartesio permettono di descrivere il comportamento degli angoli di incidenza e rifrazione dei raggi di luce: $n_i \sin \theta_i = n_r \sin \theta_r$



È importante sottolineare, infine, che il fenomeno di rifrazione si ha solo per determinati angoli: esiste, infatti, un valore di angolo limite di incidenza, diverso da materiale a materiale, a cui corrisponde un angolo rifratto di 90° ; in queste situazioni il raggio non si propaga sul secondo materiale, ma verrà riflesso completamente (fenomeno di riflessione totale)

Ottica fisica

L'ottica fisica, a differenza dell'ottica geometrica, vede la luce come un'onda che si propaga in moto sinusale. Questa visione permette di spiegare due fenomeni che si verificano quando la luce non è libera di propagarsi, ma passa attraverso uno schermo con delle aperture, definite fenditure.

Tali fenomeni sono:

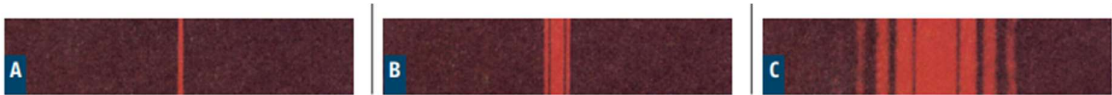
- Diffrazione
- Interferenza

[Nota: Vista la complessità dei calcoli di questi fenomeni, irrealizzabili senza calcolatrice, la trattazione di questa lezione si limita al solo fenomeno teorico che, dovrebbe, ampiamente coprire il programma richiesto per il test].

Diffrazione

Per osservare la diffrazione è sufficiente far passare un fascio di luce attraverso una fenditura:

- A. Se la fenditura è sufficientemente larga, sullo schermo è visualizzabile un'unica fascia di luce
- B. Restringendo la fenditura, ci si dovrebbe aspettare una riduzione della fascia, invece, la banda di luce si allarga ed invade la zona d'ombra.
- C. Più si restringe la fenditura, più il fenomeno risulta evidente, anzi compaiono più bande alternate a zone d'ombra.



Si definisce, perciò, diffrazione il fenomeno che si osserva quando la luce non si propaga in linea retta e invade il territorio in cui ci dovrebbe essere l'ombra.

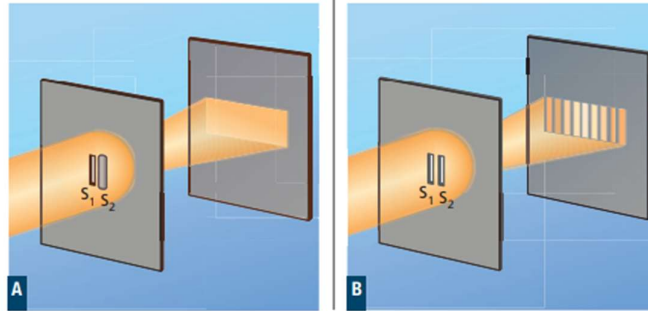
Tale fenomeno non è tipico solamente della luce, ma si può osservare in altre forme di onde; in questo caso la teoria ondulatoria della luce risulta essenziale per spiegare l'evento in quanto i corpuscoli, per definizione, si possono propagare, solamente, in linea retta. Risulta interessante, inoltre, osservare che più il fenomeno è marcato più la fenditura ha una lunghezza simile alla lunghezza d'onda.

Interferenza

Si definisce interferenza il fenomeno che prevede l'interazione degli effetti di due onde diverse: in alcuni punti tali effetti saranno rinforzati (interferenza costruttiva), in altri ridotti (interferenza distruttiva).

Anche la luce presenta questo comportamento: se si pone davanti ad un fascio di luce uno schermo con due fenditure (abbastanza grandi da non creare diffrazione), si possono osservare i seguenti scenari:

- A. Se si tiene chiusa una fenditura, la luce si propagherà attraverso un unico spazio, generando una banda uniforme.
- B. Se, invece, entrambe le fenditure sono aperte, si osserverà un alternarsi di frange luminose e frange scure; in particolare:
 - i. Nelle frange luminose si avrà interferenza costruttiva in corrispondenza di un massimo del fenomeno di perturbazione delle due onde (i due fenomeni luminosi si sommano e potenziano l'effetto luminoso, le onde si dicono in fase);
 - ii. Nelle frange scure si avrà interferenza distruttiva in corrispondenza di un minimo del fenomeno di perturbazione delle due onde (i due fenomeni luminosi si annullano diminuendo l'effetto luminoso, le onde non sono in fase).



Applicazione delle leggi dell'ottica: il microscopio

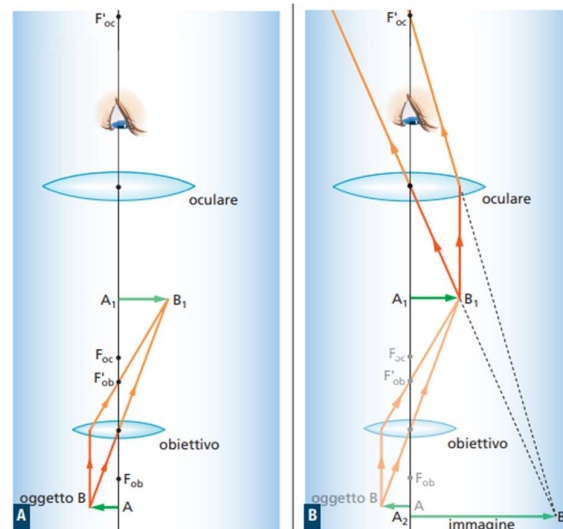
Il microscopio, strumento che nel '600 ha permesso di scoprire il mondo delle cellule dando un contributo fondamentale alla biologia, è un perfetto esempio di applicazione delle leggi dell'ottica, in particolare quella geometrica.

Oggi esistono due tipi di microscopio: il microscopio ottico (argomento di questa lezione), costituito da un sistema di lenti e il microscopio elettronico.

Il microscopio ottico non è altro che un sistema di lenti che permettono di vedere un oggetto, posto sul piatto di osservazione, ingrandito di molte volte rispetto alla sua grandezza originale. L'immagine permette di vedere il funzionamento fisico del macchinario:

- Una prima lente, detta obiettivo, permette di creare una prima immagine reale e ingrandita, e capovolta, tra una seconda lente, detta oculare, ed il suo fuoco.
- L'oculare, a questo punto, crea una seconda immagine, quella che poi vede l'operatore, virtuale e ingrandita e dritta rispetto alla prima immagine creata.

Il meccanismo descritto permette di ingrandire e di vedere oggetti dell'ordine di grandezza dei micrometri, ad esempio i batteri.



Spettro elettromagnetico

A conclusione della trattazione dell'ottica si ricorda che la luce visibile fa parte delle onde dello spettro elettromagnetico, una serie di onde di varia lunghezza d'onda e frequenza che possono essere classificati nei seguenti gruppi:

- Onde radio (lunghezza d'onda 0,10-10 m)
- Microonde (lunghezza d'onda 0,0001-0,10 m)
- Infrarossi (lunghezza d'onda 1-100 micron)
- Luce visibile (lunghezza d'onda 400-700 nm)
- Ultravioletto (lunghezza d'onda 100-700 nm)
- Raggi X (lunghezza d'onda 0,1-100 nm)
- Raggi gamma e cosmici (lunghezza d'onda < 0,1 nm).

